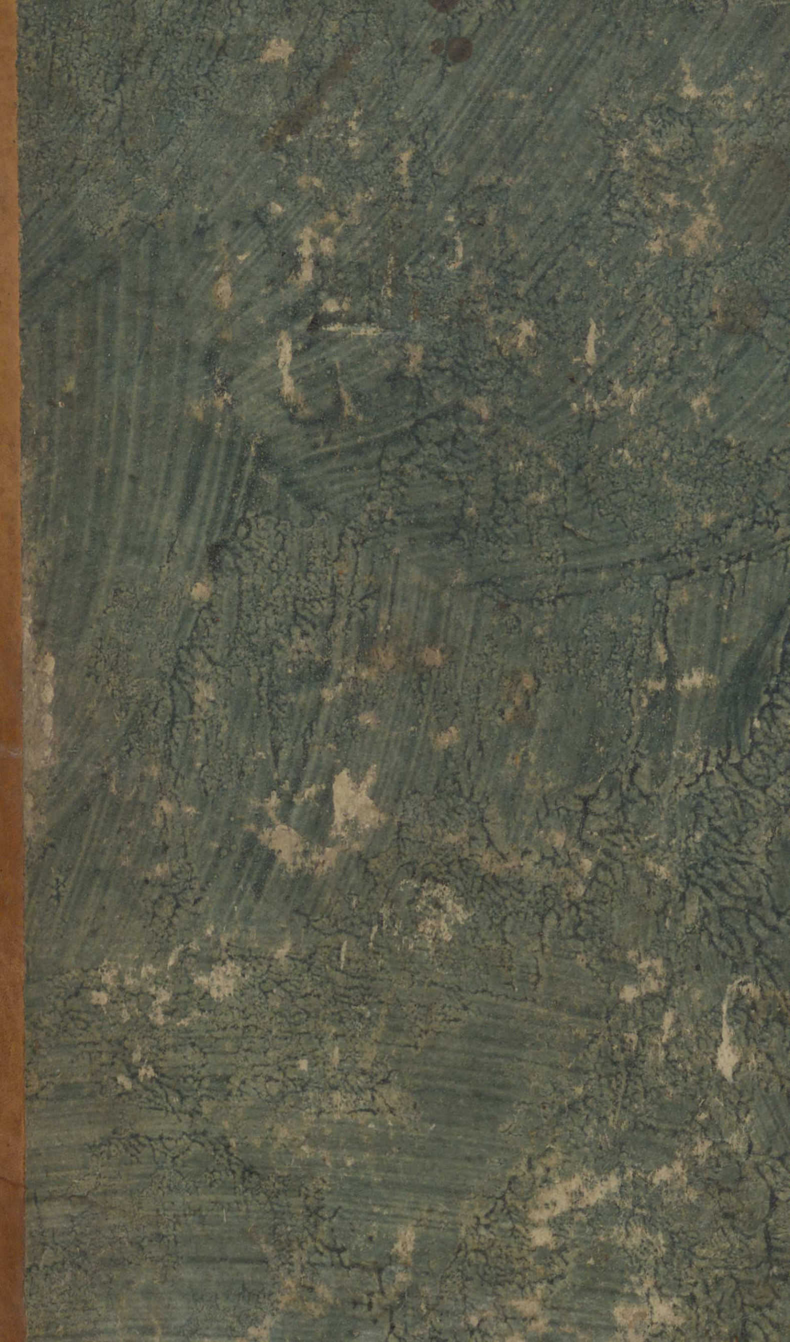



60
1867 5

# ОСНОВЫ ГЕОМЕТРІИ,

## переведенныя

изъ Курса

Сочиненнаго Гмъ Безу, для назначающихъ себя

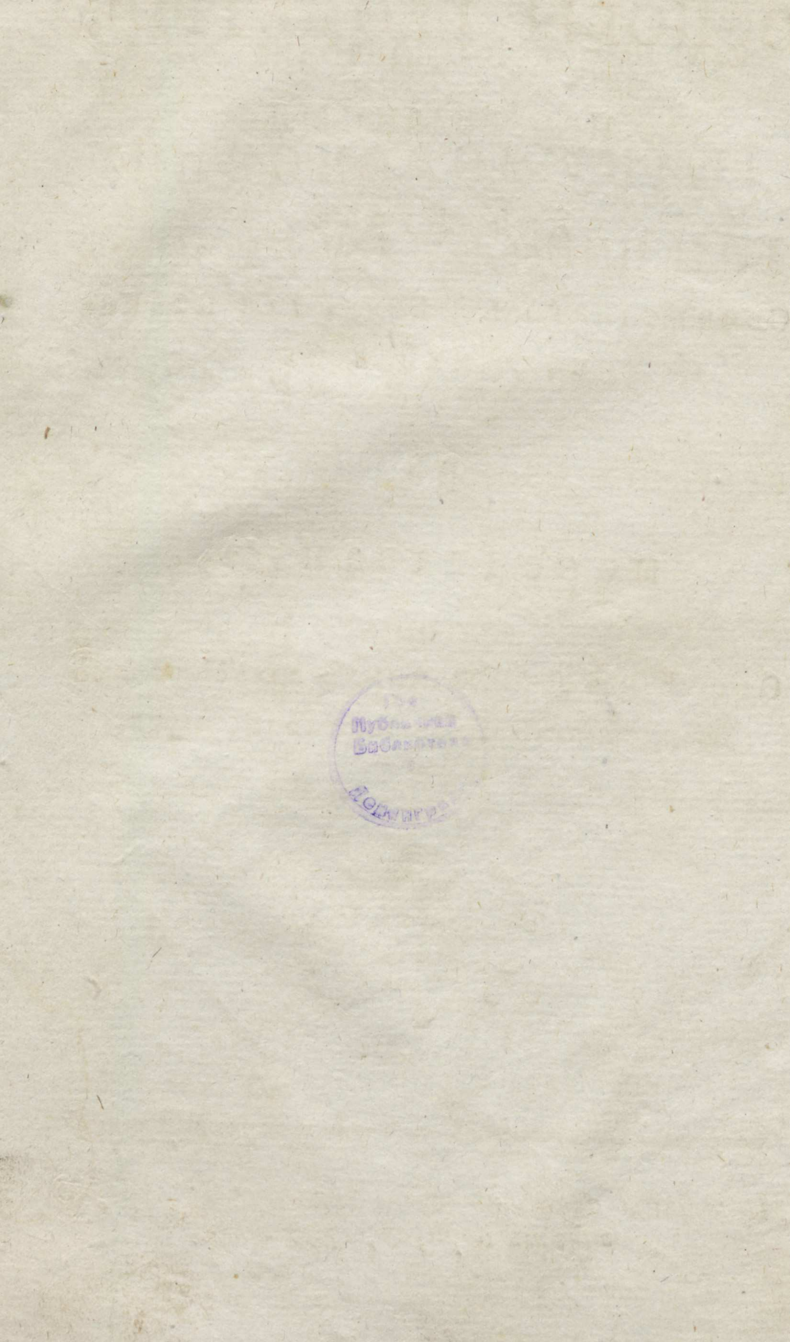
къ

## мореплаванїю,

Однимъ изъ возпитанныхъ при Морскомъ Шляхетномъ Кадетскомъ Корпусѣ.



*Печатаны вторымъ тисненїемъ при Типографїи онагожъ Корпуса, 1798 года.*



ЕГО ВЫСОКОПРЕВОЗХОДИТЕЛЬСТВУ

# ІВАНУ ЛОГИНОВИЧУ ГОЛЕНИЩЕВУ КУТУЗОВУ,

Флота Адмиралу,

Государственной Адмиралтейской Коллегіи Члену,

Морскаго Шляхетнаго Кадетскаго Корпуса

Главному Директору

и

ОрденовЪ Св: Александра Невскаго, Св: Равноапостольнаго Князя Владимира перьвой степени и Св: Анны Кавалеру,

МИЛОСТИВОМУ ГОСУДАРЮ.

ВЫСОКОПРЕВОЗХОДИТЕЛЬНЫЙ МУЖЪ,

МИЛОСТИВЫЙ ГОСУДАРЬ,

Возпитанный подъ сѣнїю благороднаго Училища, ввѣреннаго отъ прозорливыя МОНАРХИНИ нашея особливому Вашему попеченїю, взысканный надмѣру милостями Вашими и всегда Вами покровительствованный, кому съ бо́льшею приличностїю и справедливостїю могу посвятить переведенную мною Геометрїю, какъ не Вашему Высокопревозходительству? Вы, съ великостїю сана соединя обширныя познанїя, приобрѣтенныя собственными трудами Вашими, любите сами ученїе, и возбуждая разными ободренїями охоту къ оному въ другихъ, ободрили и меня къ переводу сея полезныя Корпусу книги. Мощность безъ просвѣщенїя и ласки есть по большей части непрїятна; часто ненавистна; любезна, когда она знаетъ, какъ

снисходитъ. Симъ то образомъ мужи на высокихъ степеняхъ избѣгаютъ зависти отъ тѣхъ, кои ихъ ниже. Давно горѣлъ я желанїемъ найти случай торжественно изъявить Вамъ кроющуюся во глубинѣ сердца моего должную благодарность, яко досточтимому моему Меценату; но по сїе время лишенъ былъ сея щастливыя для меня минуты.

И такъ, будучи подвигнутъ Вами къ сему переводу, почту себя щастливымъ, естьли удостоите принять сїе слабое, но усердное приношенїе, съ тою же благосклонностїю, съ коею принимали нѣкогда и самаго переводившаго Я же вящимъ почту для себя награжденїемъ за труды мои, естьли сїя книжка принесетъ ту пользу возпитавшему

меня Училищу, какую учрежденная Коммисія для разсмотренія образа ученія, въ избраніи сего сочинителя, себѣ предполагала. Утѣшаясь столь лѣстными и возхитительными для меня мыслями, есмь и пребуду,

ВАШЕГО ВЫСОКОПРЕВОЗХОДИТЕЛЬСТВА,

МИЛОСТИВАГО ГОСУДАРЯ,

всепокорнѣйшій и преданнѣйшій слуга

трудившійся въ переводѣ.

# ПРЕДИСЛОВІЕ.

Сочинитель сего курса Г. Безу почитается всѣмъ ученымъ свѣтомъ лучшимъ и достаточнѣйшимъ писателемъ для готовящихся служить на стихіи удобьпреклоннаго ко гнѣву грознаго Нептуна. Основы его Геометріи безъ сомнѣнія очень достаточны къ уразумѣнію всѣхъ вышшихъ частей Математики, нужныхъ кораблевожденію; но какъ находятся въ немъ нѣкоторыя правила, а особливо въ измѣреніи поверхностей и толстоты тѣлъ, у насъ неупотребительныя, сего ради принужденъ я былъ перемѣнить ихъ на образъ, коимъ мы вычисляемъ площади и толстоты тѣлъ, и положить свои для сего примѣры. Правда, желалъ я учинить тоже и при всякой его проблемѣ, кои обыкновенно у него безъ примѣровъ; но признаюсь, много мнѣ въ семъ возпрепятствовала перемѣна мѣста и новая для меня должность, требующая почти всегдашнихъ моихъ занятій. По сему, естьли найдутся какія либо и погрѣшности, прошу благосклонныхъ читателей оныя извинить, не яко произшедшія отъ небреженія, но отъ многихъ моихъ занятій.

# ОГЛАВЛЕНІЕ

# ОСНОВЫ ГЕОМЕТРІИ.

1. Пространство тѣлами занимаемое, всегда имѣетъ три измѣренія: длину, ширину и толщину или глубину.

Хотя сіи три измѣренія находятся всегда вмѣстѣ во всемъ томъ, что есть тѣло, однако мы довольно часто отдѣляемъ ихъ умственно. На примѣръ: когда мы думаемъ о глубинѣ какой-либо рѣки или рейда, и проч: тогда не занимаемся ихъ длиною и шириною, а только глубиною. Подобно, когда разсуждаемъ о количествѣ вѣтра, кое какое-либо парусъ вмѣстить въ себя можетъ, тогда думаемъ только о длинѣ и ширинѣ паруса, ни мало не мысля о его толстотѣ.

И такъ различимъ сіи три рода протяженія, а именно:

Протяженіе въ одну длину только, назовемъ линеею;

Протяженіе въ длину и ширину только, наименуемъ поверхностію;

Наконецъ, протяженіе въ длину, ширину и толщину, будемъ называть тѣломъ.

Мы будемъ изслѣдывать свойства сихъ трехъ родовъ протяженій одно за другимъ; и сей-то есть предметъ науки называемой геометріею.

# ОТДѢЛЪ ПЕРВЫЙ.

## О линеяхъ.

2. Концы линей называются точками. Симъ именемъ называемъ также мѣста, на коихъ линея пересѣчена или на коихъ линеи встрѣчаются.

Можно на точку смотрѣть какъ на часть протяженія имѣющаго безконечно мало длины, ширины и толщины.

Слѣдъ точки движущейся и направляющейся всегда къ одной и тойже точкѣ, называется прямою линеею. Оная есть самое кратчайшее разстояніе между двумя точками, на прим: ав (фиг. 1) есть прямая линея.

Напротивъ того, кривою линеею называемъ слѣдъ точки, коя въ своемъ движеніи отъ прямой линеи уклоняется безпредѣльно мало при каждой ступени.

Изъ сего можно видѣть, что видъ прямыхъ линей есть только одинъ; но кривыхъ безконечное множество.

3. Дабы провести на бумагѣ небольшую прямую линею отъ одной точки до другой, какъ отъ а до в (фиг. 1), обыкновенно употребляютъ линейку, кою прикладываютъ къ точкамъ а и в въ равномъ отъ обѣихъ отстояніи, и ведутъ карандашемъ или перомъ подлѣ приложенной линейки, чрезъ что и назначаютъ линею ав.

Но когда потребно провесть линею довольно длинную, тогда прикрѣпляютъ въ точкѣ а конецъ нити, натертой мѣломъ, и, положивъ другой конецъ ея на точку в, приподымаютъ нѣсколько нить и опускаютъ: удареніемъ сея нити о поверхность, назначается желаемая прямая линея.

Когда же случится проводить линею очень великую, коей однако концы могутъ быть видимы одинъ отъ другаго: тогда довольно будетъ назначить между сими предѣлами нѣкое число точекъ сея линеи. На прим. случилось бы проводить что нибудь въ линїю на землѣ, тогда въ одномъ изъ предѣловъ, какъ в (ф. 2), поставляютъ колошекъ или сошку BD, который помощїю отвѣса устанавливаютъ, сколько возможно прямо; такимъ же образомъ втыкаютъ и другой колошекъ въ точкѣ A; и ставъ одинъ при семъ концѣ A, велитъ поставлять по одиначкѣ многїе другїе колошки въ разныхъ точкахъ c, c и проч. между A и B; потомъ приложивъ глазъ свой сколько возможно ближе къ колошку AD, смотритъ на колошекъ BD. Естьли всѣ поставляемые колошки, какъ CD, закрываютъ BD, тогда опредѣленныя такимъ образомъ точки c, c, c, и проч. суть всѣ въ прямой линїи AB; естьлижъ предѣлы A и B невидны одинъ отъ другаго, тогда употребляемъ средства, о коихъ покажемъ въ послѣдованїи.

4. Линеи измѣряемы бываютъ другими линеями; но, вообще, обыкновенная мѣра линей есть прямая линея. Измѣрять прямую или кривую линею, или какое либо разстоянїе, есть ничто иное, какъ сыскать сколько разъ сїя линея или разстоянїе содержитъ въ себѣ извѣстную и опредѣленную прямую, кою почитаютъ тогда уже единицею. Сїя единица совершенно произвольная; по чему много находится различныхъ мѣръ въ разсужденїи линеи. Не смотря на сажень и ея части, коихъ раздѣленїя показали мы въ Ариѳметикѣ, употребляемъ еще шагъ обыкновенной, шагъ геометрической, маховую сажень, и проч. для измѣренїя малыхъ протяженїй; версту, милю, лигу, и проч. для большихъ.

Шагъ обыкновенный состоитъ изъ $2\frac{1}{2}$ футъ.

Шагъ геометрическій, который иначе называютъ двойнымъ, состоитъ изъ 5ти футъ.

Сажень маховая изъ 5ти футъ. Въ мореплаваніи маховыми саженями щитаютъ долготы веревокъ, и глубины измѣряемыя лотомъ.

Лига состоитъ изъ извѣстнаго числа туазъ или геометрическихъ шаговъ. Морская лига изъ 2853 туазъ. Миля, верста, и проч. суть также мѣры до пути надлежащія, коихъ величина, такъ какъ и лиги, не есть одинакова во всѣхъ земляхъ, какъ по тому, что каждая изъ сихъ родовъ мѣръ не заключаетъ въ себѣ тогоже числа единицъ, т. е. тогоже числа шаговъ или туазъ или футъ, и проч. такъ и по тому, что футъ, служащій единицею симъ туазамъ или шагамъ, не вездѣ одинаковой величины (*).

5. Дабы облегчить уразумѣніе того, что будемъ говорить о линеяхъ, мы положимъ, что фигуры, въ коихъ мы объ оныхъ разсуждать станемъ, изображены на поверхности плоской; а симъ именемъ называютъ такую поверхность, къ коей можно приложить прямую линею точно и вездѣ.

6. Изъ всѣхъ кривыхъ линей въ сихъ основахъ мы будемъ разсуждать только объ одной линеи, а именно, объ окружности круга. Такъ называется кривая линея BCFDG (ф. 3), коея всѣ точки равно отстоятъ отъ точки A, взятой на тойже плоскости, на коей сія окружность начерчена. Точка сія A, именуется центромъ; прямыя же линеи AB, AC, AF, и проч. проводимыя

---

(*) Сіи мѣры употребляются во Французскомъ флотѣ, коихъ футъ больше Англійскаго: въ Россійскомъ же употребительны, маховая сажень, состоящая изъ 6 Англійскихъ футъ, и Італіанская миля. Какимъ образомъ сравниваются разныхъ земель мѣры, то показываютъ въ Ариѳметикѣ.

отъ сей точки до окружности, называются радїусами, кои всѣ равны между собою, поелику они измѣряютъ разстоянїе отъ центра до каждой точки окружности.

Линеи, какъ BD, проходящїя чрезъ центръ, и ограниченныя по обѣ его стороны окружностію, называются дїаметрами; и какъ каждой изъ нихъ состоитъ изъ двухъ радїусовъ, слѣдственно и всѣ дїаметры тогоже круга равны. Сверхъ сего явствуетъ, что каждой дїаметръ раздѣляетъ какъ кругъ такъ и окружность на двѣ равныя части; ибо, представя себѣ, что кругъ перегнутъ на самомъ дїаметрѣ BD, всякъ усмотрѣть можетъ, что всѣ точки окружности BGD долженствуютъ упасть на точки окружности BCED; въ противномъ случаѣ были бы такїя точки окружности, кои въ неравномъ разстоянїи отъ центра.

Части окружности, какъ BC, CE, ED и проч. называются дугами; заключенную же поверхность въ окружности BCFDGB именуютъ кругомъ.

Прямая, какъ DF, проводимая отъ одного конца дуги D до другаго F, называется хордою или стягающею сея дуги.

7. Легко видѣть можно, что равныя хорды того же круга, или равныхъ, стягаютъ равныя дуги, и обратно.

Ибо, ежели хорда DG равна хордѣ DF, то представя, что она и съ дугою своею будетъ положена на DF, удобно видѣть можно, что, когда точка D у нихъ общая, и точка G упадетъ на точку F, и всѣ точки дуги DG упадутъ на точки дуги DF: понеже, естьли бы одна точка изъ нихъ не упала на дугу DF, то бы не всѣ ея точки находились въ равномъ разстоянїи отъ центра A.

8. ВсѢ согласились раздѢлять всякую окружность круга, малую или большую, на 360 равныхъ частей, изъ коихъ каждая называется градусомъ; каждый же градусъ на 60 равныхъ частей, называемыхъ минутами; каждую минуту на 60 равныхъ частей, именуемыхъ секундами; и продолжая таковое дѢленіе каждой шестидесятой части на 60, даютъ названія по порядку: минуты, секунды, терціи, кварты, квинты и проч.

| | |
|---|---|
| Градусы означаются для сокращенія такъ: | O |
| минуты - - - - - - | I |
| секунды - - - - - - | II |
| терціи - - - - - - - | III |
| кварты - - - - - - - | IV |

и такъ далѢе.

И такъ, дабы назначить сокращенно 3 градуса, 24 минуты, 55 секундъ, пишутъ: 3°. 24′. 55″.

Сіе раздѢленіе окружности принято вообще; но для удобностей по разнымъ намѢреніямъ на практикѢ, введены въ нѢкоторыхъ частяхъ практической математики нѢкія особливыя употребленія въ образѢ щитанія градусовъ и его частей. На прим: Астрономы щитаютъ градусы по 30, кои они называютъ знаками; то есть, когда потребно сощитать на примѢръ 66°. 42′, понеже сіе число заключаетъ въ себѢ дважды 30° и 6°. 42′, они бы сочли 2 знака и 6°. 42′, и написали бы 2ˢ. 6°. 42′.

Мореходцы, для употребленія компаса раздѢляютъ окружность на 32 равныя части, изъ коихъ каждую называютъ румбомъ: почему каждая изъ сихъ частей есть 32 я часть 360° ти, т. е. содержатъ она въ себѢ 11°. 15′. И такъ, вмѢсто что бы сказать 45°, говорятъ 4 румба, поелику 4 раза 11°. 15′, дѢлаютъ 45°. Равнымъ

образомъ вмѣсто 18°. 27′ сказали бы, румбъ и 7°. 12′ вѣтра.

## О углахъ и ихъ мѣрѣ.

9. Двѣ линеи АВ, АС встрѣчающїяся, могутъ сдѣлать отверстїе большее или меньшее, какъ усмотрится въ фигурахъ 4. 5. 6.

Сїе отверстїе ВАС называютъ угломъ, и сей уголъ именуютъ прямолинейнымъ, криволинейнымъ и смѣшеннолинейнымъ, по линеямъ его объемлющимъ, когда онѣ или обѣ прямыя, или обѣ кривыя, или одна изъ нихъ прямая, а другая кривая.

Мы не будемъ говорить теперь какъ только о углахъ прямолинейныхъ.

10. Дабы имѣть точное понятїе о углѣ прямолинейномъ, должно представить себѣ, что прямая АВ сперьва лежала на АС, и оборотилась около точки А (какъ одна ножка циркуля на его шалнерѣ или скрѣпкѣ), дабы придти въ положенїе АВ, въ коемъ она теперь находится. Количество отверстїя, сдѣланнаго обращенїемъ АВ, есть точно то, что называютъ угломъ.

Слѣдуя сему понятїю, удобно вообразить можно, что величина угла не зависитъ отъ величины сторонъ, такъ что уголъ объемлемый прямыми АС, АВ (ф. 4), есть точно тотъ же, что и уголъ объемлемый прямыми линеями АF и АЕ, кои суть только продолженїя первыхъ; и самымъ дѣломъ, линеи АВ и АЕ долженствовали сдѣлать тоже отверстїе, дабы придти въ теперешнее ихъ положенїе.

Точка А, на коей встрѣчаются двѣ линеи АВ, АС, называется вершиною угла; а сїи двѣ линеи АВ, АС, его сторонами.

Для названїя какого-либо угла употребляемъ три буквы, изъ коихъ одна означаетъ его вершину.

а другія двѣ ставятся по сторонамъ его; и произнося сіи буквы полагаемъ всегда при вершинѣ находящуюся въ срединѣ. И такъ, что бы назвать уголъ содержащійся въ АВ, АС, скажемъ уголъ ВАС или САВ.

Сіе вниманіе особенно нужно, когда многіе углы находятся при тойже вершинѣ; ибо ежели бы сказали на прим: просто уголъ А (въ 4. ф.), не можно бы было узнать, о коемъ изъ двухъ ВАС или ВАD говорятъ; но когда одинъ только уголъ находится, какъ (въ 4*. ф.), тогда можно сказать просто уголъ А, и называть его буквою при вершинѣ находящеюся.

11 Понеже уголъ ВАС (ф. 4.) есть не иное что какъ отверстіе, кое сторона АВ, обращаяся около точки А, долженствовала сдѣлать, дабы придти отъ положенія АС въ положеніе АВ; и поелику каждая точка прямыя АВ, какъ точка В, на прим. будучи всегда въ томъ же разстояніи отъ А, необходимо назначаетъ дугу круга, увеличивающуюся или уменьшающуюся, какъ самый уголъ увеличится или уменьшится: не несвойственно будетъ взять сію дугу мѣрою самаго угла. Но какъ каждая точка прямой АВ описываетъ дугу разной длины: по чему не длину дуги брать должно мѣрою, а число градусовъ и его частей, кое всегда будетъ тоже въ каждой дугѣ, описанной каждою точкою прямыя АВ: понеже всѣ ея точки, начиная, продолжая и кончая свои движенія, въ тоже время непремѣнно сдѣлаютъ тоже число ступеней: вся разность будетъ только въ томъ, что точки далѣе отстоящія отъ А, сдѣлаютъ большія ступени. И такъ можемъ сказать, что

12. Какой-либо уголъ ВАС (ф. 4.) имѣетъ мѣрою число градусовъ и его частей дуги, находящейся между его сторонами, и описанной изъ его вершины, какъ изъ центра.

И такъ, когда въ послѣдованіи будемъ говорить: такой-то уголъ имѣетъ мѣрою такую-то дугу: должно понимать, что мѣра его есть число градусовъ и его частей сея дуги.

13. Слѣдственно, дабы раздѣлить уголъ на многія равныя части, надобно будетъ раздѣлить только дугу служащую ему мѣрою, на столько равныхъ частей, и отъ точекъ сѣченія провесть прямыя до вершины сего угла. О раздѣленіи дугъ будемъ говорить ниже.

14. А чтобы сдѣлать уголъ равный другому, на прим: при точкѣ а линеи ас (ф. 4*) сдѣлать уголъ равный углу вас (ф. 4.), должно изъ точки а, какъ изъ центра, и произвольнымъ раствореніемъ циркула описать неопредѣленную дугу сь; потомъ положивъ конецъ циркула на вершину а даннаго угла вас, описать тѣмъ же раствореніемъ дугу вс содержимую двумя сторонами сего угла, и смѣривъ разстояніе отъ с до в, положить его отъ с на ь, что опредѣлитъ точку ь; чрезъ сію и точку а проведя линею а ь, получимъ уголъ ьас, равный углу вас.

Самымъ дѣломъ уголъ ьас имѣетъ мѣрою дугу ьс ( 12 ), а вас дугу вс. Слѣдственно сіи двѣ дуги равны, понеже, принадлежа къ равнымъ кругамъ, имѣютъ сверхъ сего и хорды равныя (7): ибо разстояніе отъ ь до с сдѣлано тоже, что и отъ в до с.

15. Уголъ вас (ф. 5.) называется прямой, когда одна изъ его сторонъ ав не наклоняется ни къ сторонѣ ас, ни къ ея продолженію аd.

Острымъ угломъ называютъ, ( ф. 4 ), когда одна изъ его сторонъ ав наклоняется больше къ его другой сторонѣ ас, нежели къ продолженію сея другой аd.

На конецъ, тупымъ называютъ тотъ (ф. 6), когда одна изъ его сторонъ ав наклоняется больше

къ продолженїю другой стороны AC, нежели къ самой его сторонѣ.

16. Заключимъ изъ того, что было сказано (12) о мѣрѣ угловъ: 1 е, что прямой уголъ имѣетъ мѣрою 90°, острый меньше 90°, а тупой больше нежели 90°.

Ибо, ежели линея AE (ф. 3.) не наклоняется ни къ AB, ни къ ея продолженїю AD, два угла BAE, DAE будутъ равны; и посему дуги BE и DE будучи ихъ мѣрою, будутъ также равны. Слѣдовательно сїи двѣ дуги, составляя купно полуокружность, дѣлаютъ вмѣстѣ 180°: почему каждая изъ нихъ есть 90°; а по сему и каждый изъ двухъ угловъ BAE, DAE будетъ имѣть по 90°.

Изъ сего явствуетъ, что уголъ BAC меньше, а BAF больше нежели 90°.

17. 2 е. Два угла BAC, BAD (ф. 4, 5 и 6), составляемые прямою AB, падающею на другую прямую CD, имѣютъ всегда 180°.

Ибо на точку A (ф. 4.) можно всегда смотрѣть какъ на центръ круга, коего CD есть тогда дїаметръ. И такъ два угла BAC и BAD имѣютъ мѣрою двѣ дуги BC и BD, составляющїя полуокружность, и будутъ посему имѣть вмѣстѣ 180°, или столько, сколько два прямые.

18. 3 е. Ежели отъ тойже точки A (ф. 3), будетъ проведено сколько нибудь прямыхъ AC, AE, AF, AD, AG, и проч: всѣ углы ими составленные, какъ BAC, CAE, EAF, FAD, DAG, GAB, будутъ имѣть 360°: понеже они не займутъ болѣе окружности круга.

19. Таковые два угла, какъ BAC и BAD (ф. 4), кои взятые вмѣстѣ дѣлаютъ 180°, называются исполненїями (супплементами) одинъ другаго; посему BAC есть исполненїе угла BAD, а BAD исполненїе BAC: понеже одинъ изъ сихъ угловъ служитъ добавкомъ другому для сдѣланїя 180°.

По чему равные углы будутъ имѣть равныя исполненія, и углы, имѣющіе равныя исполненія, будутъ равны.

20. Заключимъ изъ сего, что углы BAC, EAD (ф. 7), противулежащіе при вершинѣ и сдѣланные двумя прямыми BD и EC, суть равны.

Ибо какъ BAC такъ и EAD имѣютъ тоже исполненіе, т. е. уголъ CAD.

21. Дополненіемъ (комплементомъ) какого-либо угла или дуги называютъ то, чемъ сія дуга меньше или больше нежели 90°. И посему угла BAC (ф. 3) будетъ дополненіе CAE, а угла BAF дополненіе уголъ FAE. Слѣдовательно дополненіе дуги или угла есть не иное какъ то, что надлежитъ прибавить къ углу или дугѣ, или убавить, чтобъ было 90°.

Острые углы, имѣющіе равныя дополненія, будутъ равны; тоже должно разумѣть и о тупыхъ. И обратно: равные углы имѣютъ равныя дополненія.

Углы сіи встрѣчаются съ нами безпрестанно какъ въ теоріи, такъ и въ практикѣ. Въ послѣдованіи довольно будемъ имѣть случаевъ убѣдить себя, что они встрѣчаются съ нами при каждомъ шагѣ въ теоріи. Чтожъ касается до практики, замѣтимъ сіе, что посредствомъ угловъ разсуждаютъ о пути судна; ими различаютъ, на вѣтренной ли сторонѣ находится встрѣтившееся на морѣ судно, или на подвѣтренной; посредствомъ угловъ опредѣляютъ положенія предмѣтовъ однихъ во отношеніи къ другимъ; посредствомъ премѣненія угловъ составляемыхъ парусами и рулемъ съ килемъ судна, производятъ разныя его повороты, премѣняютъ его путь, и прибавляютъ или убавляютъ ему ходу. Сверхъ сего мѣрою сихъ же угловъ опредѣляютъ мѣсто судна на морѣ.

Инструментовъ, служащихъ для измѣренія угловъ, или для сдѣланія ихъ по потребностямъ нашимъ, находится довольно великое число. Покажемъ теперь главнѣйшіе изъ оныхъ.

22. Инструментъ представленный въ 8. ф. и называемый транспортиромъ, служитъ какъ для измѣренія угловъ на бумагѣ, такъ и для сдѣланія ихъ на оной по потребностямъ. Употребленіе его и удобно и часто. Онъ ни что иное, какъ полукружіе мѣдное или костяное, раздѣленное на 180°. Центръ его означенъ маленькою выемочкою с. Когда желаешь измѣрить уголъ, какъ вас (ф. 4, 5, 6, и проч), приложи центръ его с къ вершинѣ а измѣряемаго угла, и радіусъ св сего инструмента къ одной изъ сторонъ онаго ас; тогда сторона ав, продолженная, естьли потребно, покажетъ линеею раздѣленія сего инструмента, чрезъ кою сторона угла проходитъ, сколько градусовъ въ дугѣ транспортира содержимой между сторонами угла вас, и слѣдственно (12) сколько градусовъ въ самомъ углѣ вас.

Для сдѣланія угла какого-либо опредѣленнаго числа градусовъ посредствомъ того же инструмента, приложи радіусъ св сего инструмента къ линеи, коя должна быть стороною желаемому углу, такъ, чтобы центръ с былъ на точкѣ, коя должна быть вершиною сего угла; потомъ сыскавъ на раздѣленіи его число требуемыхъ градусовъ, замѣть на бумагѣ сію точку; чрезъ сію и вершину угла проведи прямую, коя и сдѣлаетъ съ первою искомый уголъ.

23. Для измѣренія угловъ на земли, употребляютъ инструментъ представленный въ (ф. 9); называютъ его графометромъ. Онъ состоитъ изъ полукружія раздѣленнаго на 180°, съ назначеніемъ и полуградусовъ, естьли величина его діаметра позволяетъ. Діаметръ dв прикрѣпленъ

къ инструменту; но діаметръ EC, называемый алидадомъ, прикрѣпленъ только въ центрѣ A, около коего можетъ обращаться и перейти концемъ своимъ C, всѣ раздѣленія инструмента. Каждый изъ сихъ двухъ діаметровъ имѣетъ при концахъ своихъ по мишенькѣ, сквозь кои смотрятъ на предметы. Сей инструментъ поставленъ на ножкѣ и можетъ наклоняемъ быть во всѣ стороны по потребностямъ, безъ малѣйшей перемѣны положенія ножки *.

Когда должно измѣрить уголъ составляемый двумя прямыми проведенными отъ точки A, гдѣ находишься, къ другимъ двумъ предметамъ F и G: поставляютъ центръ графометра въ точкѣ A, и направляютъ инструментъ такъ, чтобы смотря сквозь мишеньки прикрѣпленнаго діаметра DAB, можно было видѣть одинъ изъ сихъ двухъ предметовъ F, и что бы въ тожъ время другой предметъ G находился на продолженіи плоскости инструмента, что дѣлается большимъ или меньшимъ наклоненіемъ графометра; потомъ подвигаютъ алидаду EC, пока увидятъ предметъ G сквозь мишеньки E и C; дуга BC, заключаемая между двумя діаметрами, будетъ мѣра угла GAF.

Явствуетъ также изъ вышесказаннаго, какимъ образомъ можно составить на земли уголъ опредѣленнаго числа градусовъ. По большой части дѣлаютъ на широтѣ и при концѣ подвижнаго діаметра, раздѣленія, кои въ сходственность ихъ соотвѣтствія раздѣленіямъ самаго инструмента, служатъ къ познанію частей градуса по 5 минутъ или по 3.

---

* Наши землемѣры вмѣсто Графометра обыкновенно употребляютъ Астролябію, коей составъ и употребленія всякъ изъ учащихъ объяснить можетъ.

Сей инструментъ часто имѣетъ также при себѣ обыкновенный компасъ, который можно видѣть въ той же 9 фигурѣ.

Намагниченная стрѣлка, составляющая главной его членъ, поддерживается на самой срединѣ шпилькою, по коей она имѣетъ всевозможное обращенiе. И какъ свойство ея есть пребывать всегда въ томъ же положенiи, или возвращаться на оное, когда съ него сойдетъ (по крайности въ томъ же самомъ мѣстѣ и для довольно долгаго времени), съ пользою употребляютъ ея при таковыхъ инструментахъ для опредѣленiя положенiя предметовъ въ отношенiи къ кардинальнымъ точкамъ, или въ отношенiи къ линеи Норда и Зюйда, съ коею оное положенiе дѣлаетъ всегда тожъ же уголъ на томъ же самомъ мѣстѣ. Край бумажки, находящiйся подъ стрѣлкою, раздѣленъ обыкновенно на 360° окружности. Когда обращаютъ инструментъ, стрѣлка, по своему свойству приходить въ тожъ положенiе, назначаетъ чрезъ сiе новое раздѣленiе, коему она соотвѣтствуетъ, на сколько градусовъ инструментъ обороченъ.

Обыкновенный компасъ употребляютъ и безъ графометра; но сiе употребленiе бываетъ только для того, дабы опредѣлить на черно точки подробностей какого либо плана или карты, коихъ главнѣйшiя точки были уже назначены съ точностiю, таковымъ образомъ, о коемъ покажемъ въ послѣдованiи.

24. Компасъ морской или пель-компасъ (ф. 10.) ни чѣмъ не различествуетъ отъ обыкновеннаго компаса, кромѣ того что повѣшенъ такъ, чтобы члены его, служащiе для измѣренiя угловъ, всегда оставались горизонтальны. Когда употребляютъ его только для познанiя направленiя киля корабля, тогда называютъ его путевымъ компасомъ. Содержатъ его въ ящикѣ называе-

момъ ноктаусомъ, который поставляется на самой срединѣ широты корабля. Намагниченная стрѣлка на оставляется просто на шпилькѣ, какъ въ обыкновенномъ компасѣ, она бы подвержена была великому качанїю; накладываютъ на нее слюду обрѣзанную кругло, подклѣиваютъ оную съ обѣихъ сторонъ бумагою, и назначаютъ на верьху лилею вѣтровъ, т. е. раздѣляютъ окружность на румбы. Слѣдственно удобно представить можно, что естьли бы корабль нѣсколько оборотился, стрѣлка, сохраняя всегда тоже положенїе, или приходя въ оное, не соотвѣтствовала бы той же точкѣ ноктауса. И такъ замѣтивъ румбъ соотвѣтствовавшїй тому, который стрѣлка лишь показывала, можно узнать на сколько оныхъ корабль уклонился. И по сему оный компасъ можно употреблять для приведенїя и постояннаго удержанїя корабля въ томъ же направленїи.

Когда употребляютъ компасъ для снятїя предметовъ, т. е. для познанїя румбовъ, коимъ оные соотвѣтствуютъ, тогда называютъ его пель-компасомъ. Сїе названїе дано ему отъ другаго употребленїя, о коемъ говорить не есть здѣсь приличное мѣсто. Тогда присовокупляютъ къ нему двѣ мишеньки A и B (ф. 10), сквозь кои смотрятъ на предметы, коихъ положенїе узнать желаютъ. На морѣ потребно имѣть двухъ смотрителей; одинъ что бы наводилъ пель-компасъ для усмотрѣнїя предмета, а другой въ тожъ самое время примѣчалъ бы положенїе стрѣлки въ отношенїи къ линеи DE, коя есть нить протянутая перпендикулярно къ линеи умственно проведенной отъ A до B.

## О перпендикулярахъ и наклонныхъ линеяхъ.

25. Сказали мы (15), что линея AB (ф. 5), коя не наклоняется ни къ AC ни къ AD, дѣлаетъ съ ними углы называемые прямыми.

Самая же линея AB именуется перпендикуляромъ къ AC или DC, или къ AD.

Слѣдуя сему опредѣленію, должны принять за очевидныя истинны три слѣдующія предложенія:

26. 1 е. Когда линея AB (ф. 11) перпендикулярна къ другой CD, то и оная CD перпендикулярна къ AB.

Ибо, когда AB перпендикулярна къ CD, углы AEC, AED равны; посему AED равенъ и BEC (20); слѣдственно и AEC равенъ BEC; по чему и линея CE или CD не наклоняется ни къ AE ни къ BE; слѣдовательно и перпендикулярна къ AB.

27. 2 е. Отъ тойже точки E, взятой на линеи CD, не можно возставить больше одной перпендикулярной къ сей линеи.

28. 3 е. И отъ той же точки A, взятой внѣ линеи CD, не можно опустить больше одной перпендикулярной къ сей линеи.

Ибо въ одномъ только случаѣ линея проходящая чрезъ точку E или точку A можетъ не наклоняться ни къ ED ни къ EC.

29. Линеи проведенныя отъ точки A и находящіяся въ равномъ разстояніи отъ перпендикуляра, будутъ равны; и чѣмъ далѣе отъ него отстоятъ, тѣмъ будутъ больше; и посему перпендикуляръ есть самая кратчайшая изъ всѣхъ.

Положимъ, что EG равна EF; и представимъ, что фигура AEG оборочена на фигуру AEF: явствуетъ, что при общей линеи AE, и когда уголъ

AEG равенъ углу AEF, линея EG ляжетъ на EF, и точка G упадетъ на точку F, поелику EG полагается равна EF; слѣдовательно и AG ляжетъ но AF; а посему и равны будутъ. Чтоже надлежитъ до второй части предложенiя, очевидно, что точка C линеи CE, отстоя далѣе отъ AB, нежели точка F той же CE, необходимо будетъ она дальше отъ какой бы то ни было точки линеи AB, нежели F отъ той же самой точки; посему AC больше AF; слѣдовательно и перпендикуляръ есть самая кратчайшая изъ всѣхъ.

30. Линеи AF, AC, AG называются наклонными въ отношенiи къ перпендикуляру AE и линеи CD; и вообще, наклонная линея къ другой есть та, коя съ сею другою дѣлаетъ или острый или тупой уголъ.

31. Поелику (29) наклонныя AF, AG равны, когда находятся въ равномъ разстоянiи отъ перпендикуляра, изъ сего должно заключить, что, когда линея перпендикулярна къ другой на срединѣ E линеи FG, каждая изъ ея точекъ столько же отстоитъ отъ конца F, сколько и отъ G. Ибо, что было сказано о точкѣ A, равномѣрно принадлежитъ ко всякой другой точкѣ линеи AE или AB.

32. Не меньше очевидно, что только точки перпендикуляра AE на срединѣ FG могутъ быть въ равномъ разстоянiи отъ F и G: ибо всякая точка, коя будетъ на правой или на лѣвой сторонѣ перпендикуляра, очевидно будетъ ближе къ одной изъ ея точекъ, нежели къ другой.

И такъ, чтобы линея была перпендикулярна къ другой, довлѣетъ естьли она пройдетъ чрезъ двѣ точки, находящiяся въ равномъ разстоянiи отъ двухъ точекъ, взятыхъ на сей другой.

33. Заключимъ изъ сего 1 е, дабы возстановить перпендикуляръ на срединѣ линеи ав (ф. 12), должно поставить конецъ циркула въ точкѣ в, и разтворенїемъ бо́льшимъ половины прямыя ав написать дугу ік; потóмъ поставить ножку циркула въ а, и тѣмъ же разтворенїемъ написать дугу lм, пересѣкающую перьвую на с, коя будетъ въ равномъ разстоянїи отъ а и в. Потомъ такимъ же образомъ опредѣли и другую точку d, внизу или вверху прямыя ав, тѣмъ же или другимъ разтворенїемъ циркула. Послѣ сего проведи чрезъ сїи двѣ точки с и d прямую cd, которая и будетъ перпендикулярна на срединѣ ав.

34. 2 е. Ежели отъ точки е внѣ линеи ав (ф. 13) потребно будетъ провести перпендикулярную къ ней; поставь конецъ циркула на е, и отверстїемъ бо́льшимъ самаго кратчайшаго къ ав, другимъ концомъ опиши двѣ маленькїя дуги, сѣкущїя ав на точкахъ с и d; потóмъ изъ сихъ двухъ точекъ какъ изъ центровъ и разтворенїемъ циркула бо́льшимъ половины cd, опиши двѣ дуги сѣкущїяся на точкѣ f; чрезъ сїю и точку е проведи линею ef, которая и будетъ перпендикулярна къ ав (32): понеже будутъ у нея двѣ точки е и f въ равномъ разстоянїи каждая отъ двухъ точекъ с и d прямыя ав.

35. Ежели точка е, чрезъ кою проходить должно перпендикуляру, будетъ на самой линеи ав, поступай такимъ же образомъ: смотри ф. 14.

На конецъ, естьли бы точка е находилася въ такомъ мѣстѣ, что неудобно бы было назначить, кромѣ одной точки изъ с и d, продолжи тогда ав и поступай какъ выше сказано: смотри ф. 15 и 16, изъ коихъ послѣдняя служитъ примѣромъ, когда должно возставить перпендикуляръ при концѣ прямыя ав.

## О параллельныхъ.

36. Двѣ прямыя, проведенныя на тойже плоскости, называются параллельными, когда онѣ никогда не могутъ встрѣтиться, сколь бы далеко продолжены ни были.

Слѣдственно двѣ параллельныя линеи не дѣлаютъ угла.

Посему двѣ параллельныя линеи вездѣ находятся въ равномъ одна отъ другой разстоянiи: ибо явно, естьли бы въ одномъ мѣстѣ нашлись онѣ ближе одна къ другой, нежели въ другомъ, были бы онѣ наклонны одна къ другой; почему могли бы на конецъ и встрѣтиться.

По сихъ познанiяхъ можно утвердить слѣдующiя пять предложенiй.

37. 1е. Когда двѣ параллельныя линеи AB и CD (ф. 17) пересѣкаются третiею EF, (кою называютъ тогда *сѣкущею*) углы BGE, DHE, или AGH, CHF, кои онѣ дѣлаютъ по туже сторону съ сею линеею, суть равны. Ибо линеи AB и CD, не имѣя никакого между собою наклоненiя (36), необходимо долженствуютъ быть равно наклонными по одну и тужъ сторону каждая въ разсужденiи всякой линеи, съ коею ихъ сравнивать будутъ.

38. 2е. Углы AGH, GHD суть равны. Ибо лишь теперь видѣли, что AGH равенъ CHF: посему CHF (20) равенъ GHD: слѣдственно и AGH равенъ GHD.

39. 3е. Углы BGE, CHF суть также равны. Ибо уголъ BGE равенъ углу AGH (20); посему, какъ показано было въ (37), что AGH равенъ CHF, слѣдовательно BGE равенъ CHF.

40. 4е. Углы BGH, DHG или AGH, CHG, суть исполненiя одинъ другаго: понеже BGH есть исполненiе угла BGE, который (37) равенъ углу DHG.

41. 5е. Углы BGE, DHF или AGE, CHF суть исполненія одинъ другаго: ибо DHF исполняется угломъ DHG, который (37) равенъ углу BGE.

42. Каждое изъ сихъ пяти свойствъ будетъ всегда существовать, когда двѣ параллельныя линеи пересѣкаются третїею и взаимно: когда двѣ прямыя встрѣтятся съ третїею и будутъ имѣть одно изъ сихъ пяти свойствъ, должно заключить, что онѣ параллельны; сїе и доказывается точно такимъ же образомъ.

Симъ угламъ, коихъ свойства лишь теперь мы изслѣдовали, даны нѣкоторыя имена для укрѣпленія въ памяти свойствъ оныхъ. Углы BGE, FHC называются внѣ поперечными, понеже находятся они по разныя стороны линеи EF и оба внѣ параллельныхъ. Углы AGH, GHD называются внутренно поперечными, поелику, находясь по разныя стороны линеи EF, суть оба между параллельными. Углы BGH, DHG называются внутренными по тужъ сторону, понеже они между параллельными и по тужъ сторону сѣкущей EF. На конецъ, углы BGE, DHF именуются внѣшними по тужъ сторону, понеже они внѣ параллельныхъ и по тужъ сторону сѣкущей.

43. Изъ свойствъ, кои мы лишь доказали, можно заключить іе, что, ежели два угла ABC, DEF (ф. 18) обращенные въ одну сторону, имѣютъ стороны параллельны, будутъ оные равны. Ибо, когда представимъ, что DE продолжена, пока встрѣтится съ BC на G, углы ABC, DGC будутъ равны (37); и для той же причины уголъ DGC будетъ равенъ углу DEF; слѣдственно уголъ ABC равенъ углу DEF.

44. 2е. Дабы отъ данной точки C провесть CD параллельную (ф. 19) къ линеи AB; должно отъ точки C провесть по произволенїю неопредѣленную линею CEF, которая бы пересѣкла

линею АВ на какой либо точкѣ Е; и чрезъ С, какъ показано (14), должно протянуть линею СD, дѣлающую съ СЕ уголъ ЕСD равный углу FЕВ, который оная СЕ дѣлаетъ съ АВ: линея CD проведенная такимъ образомъ, будетъ параллельна къ АВ (37).

На конецъ каждое изъ пяти свойствъ лишь только утвержденныхъ выше, можетъ снабдить насъ средствомъ для проведенія параллельныя.

45. Перпендикуляры и параллельныя, о коихъ мы говоримъ по порядку, суть въ великомъ употребленіи во всѣхъ частяхъ практической математики. Перпендикуляры нужны въ измѣреніи поверхностей и толстотъ тѣлъ; они встрѣчаются при всякомъ случаѣ въ корабельной архитектурѣ. Какъ прямой уголъ удобнѣе составлять, стараются, что бы составъ фигуръ зависѣлъ сколько возможно лучше отъ перпендикуляровъ, нежели отъ всякой другой линеи.

Параллельныя, сверьхъ ихъ великаго употребленія въ теоріи, для удобнѣйшаго доказанія многихъ предложеній, служатъ основаніемъ многимъ полезнымъ дѣйствіямъ.

Часто употребляютъ ихъ въ мореплаваніи особливо, дабы назначить на морскихъ картахъ переплытой путь корабля, что и называютъ назначить мѣсто. Въ послѣдованіи поговоримъ о семъ побольше.

## О прямыхъ въ отношеніи къ окружности круга, и какія оныя окружности имѣютъ отношенія однѣ къ другимъ.

46. Единообразная кривизна круга дастъ право заключить безъ дальнѣйшихъ доказаній....

1 е. Что прямая не можетъ встрѣтиться съ окружностію, какъ только на двухъ точкахъ.

2 е, Что въ томъ же полукружїи, самая бо́льшая хорда подтягаетъ всегда самую бо́льшую дугу: и обратно.

Вообще называютъ сѣкущею (ф. 20) всякую линею какъ DE, коя пересѣкаетъ кругъ въ двухъ точкахъ, и которая частїю находится внѣ онаго: а прикасательною называется, коя только дотрогивается окружности круга: какъ AB.

47. Прикасательная встрѣчается съ окружностїю только на одной точкѣ. Ибо ежели бы встрѣтилась на двухъ, вошла бы въ кругъ: понеже отъ сихъ двухъ точекъ можно бы было провести два радїуса или двѣ равныя линеи, между коими всегда можно вообразить перпендикулярную къ линеи, соединяющей сїи двѣ точки; и какъ сей перпендикуляръ (29) есть короче нежели каждый изъ двухъ радїусовъ, можно видѣть, что прикасательная имѣла бы нѣсколько точекъ ближе къ центру, нежели тѣ, на коихъ она встрѣчаетъ кругъ; по сему была бы она въ кругѣ: что противно опредѣленїю, лишь теперь нами объ ней данному.

Поелику прикасательная имѣетъ одну только точку общую съ кругомъ, слѣдуетъ, что радїусъ CA (ф. 21), доходящїй до точки касанїя, есть кратчайшїй изъ всѣхъ линей проводимыхъ до прикасательной; и посему (29) перпендикуляренъ ко прикасательной. И такъ обратно прикасающаяся къ кругу въ одной какой либо точкѣ A, перпендикулярна къ концу радїуса CA, проходящему чрезъ сїю точку.

48. Слѣдовательно, явствуетъ, что бы провести прикасательную къ кругу, отъ данной точки A, должно къ сей точкѣ провесть радїусъ CA, и воставить при концѣ его перпендикуляръ, какъ показано въ (35).

49. По чему, ежели многіе круги (ф. 22), имѣютъ ихъ центры на той же прямой CA, и всѣ проходятъ чрезъ туже точку A, всѣ они будутъ имѣть общую прикасательную линею TG, перпендикулярную къ CA, и будутъ дотрогиваться одинъ другаго.

50. И такъ, чтобъ написать кругъ опредѣленной величины, прикасающійся данному кругу BAD (ф. 23.) въ данной точкѣ A, должно отъ центра C къ точкѣ A провесть радіусъ CA и продолжить его неопредѣленно; потомъ отъ точки A къ T или къ V (смотря, потребно ли, чтобъ одинъ изъ круговъ заключалъ въ себѣ другой или нѣтъ), положить величину радіуса другаго круга; послѣ чего центромъ T или V и радіусомъ TA или VA написать окружность EF.

51. Перпендикулярная, возставленная на срединѣ какой либо хорды, проходитъ всегда чрезъ центръ круга и чрезъ средину дуги подтягаемой сею хордою (ф. 24.)

Ибо она должна пройти чрезъ всѣ точки равноотстоящія отъ концовъ A и B (32); и такъ очевидно, что центръ равно удаленъ отъ концовъ A и B, кои суть двѣ точки окружности: посему она проходитъ и чрезъ центръ.

Не меньше явно, что она пройдетъ и чрезъ средину дуги; ибо, ежели E есть средина дуги, и поелику равныя дуги AE, BE имѣютъ равныя хорды (7), точка E находится въ равномъ разстояніи отъ A и B: посему перпендикулярная долженствуетъ пройти чрезъ точку E.

52. Когда центръ, средина дуги, и средина хорды находятся всѣ на той же прямой, линея, проходящая чрезъ двѣ изъ нихъ, пройдетъ всегда и чрезъ третію.

И какъ не можно провесть кромѣ одной перпендикулярной на срединѣ хорды, должно еще

заключить, что ежели перпендикулярная къ хордѣ пройдетъ хотя чрезъ одну изъ сихъ трехъ точекъ, пройдетъ необходимо и чрезъ другія двѣ.

Изъ сихъ свойствъ можно заключить,

53. 1 с: Способъ раздѣлять уголъ или дугу на двѣ равныя части.

Дабы раздѣлить уголъ BAC (ф. 25) на двѣ равныя части, изъ вершины его A, какъ изъ центра, и произвольнымъ радіусомъ опиши дугу DE; потомъ изъ точекъ D и E попеременно, какъ изъ центровъ, и однимъ и тѣмъ же радіусомъ опиши двѣ дуги, сѣкущіяся на точкѣ G, чрезъ кою и точку A проведи AG, которая по (32) будучи перпендикулярна на срединѣ хорды DE, раздѣлитъ дугу DIE на двѣ равныя части (51), слѣдственно и уголъ BAC; понеже два частные угла BAG, CAG имѣютъ мѣрою двѣ равныя дуги DI, EI.

54. 2 с. Способъ описывать окружность круга чрезъ три данныя точки, кои не суть на одной прямой.

Да будутъ A, B, C (ф. 26) сіи три точки данныя: проведи прямыя AB, BC, кои будутъ двѣ хорды искомаго круга. Возставь перпендикуляръ (33) на срединѣ AB, тоже сдѣлай и на срединѣ BC: точка I, гдѣ сіи перпендикуляры встрѣтятся, будетъ центръ. Ибо онъ долженъ быть и на DE (51), и по той же причинѣ на FG: слѣдственно онъ долженъ быть на ихъ пересѣченіи I, кое и есть одна только точка, которая общая симъ двумъ линеямъ.

55. Ежели бы потребовалось, сыскать центръ круга, или дуги уже написанной, очевидно, что довольно будетъ назначить три точки по изволенію на сей дугѣ, и поступить, какъ выше показано.

56. И понеже одна только точка I, коя удовлетворяетъ сему вопросу, должно изъ сего заключить, что чрезъ три данныя точки не можно провесть кромѣ одного круга; почему и двѣ окружности не пересѣкутся на трехъ точкахъ, не закрывъ одна другую.

57. 3 е. Способъ проводить чрезъ данную точку в (ф. 27 и 28) окружность круга, прикасающуюся къ другой окружности на данной точкѣ а.

Для сего должно чрезъ центръ с данной окружности, и чрезъ точку а, на коей она должна прикоснуться, провесть радїусъ са, который продолживъ по ту или другую сторону по потребности, соединить точку а съ точкою в, чрезъ кою желаютъ провесть искомую окружность, и на срединѣ ав воставить перпендикуляръ mn, сѣкущїй ас или ея продолженїе на точкѣ d. Сїя d будетъ центръ; а ad или bd радїусъ искомаго круга: ибо, поелику окружность, которую хотятъ описать, долженствуетъ пройти чрезъ точки а и в, центръ ея долженъ быть на mn, (51). Сверхъ сего, понеже сїя же самая окружность должна прикоснуться на а, центръ ея долженствуетъ быть на са (49) или на ея продолженїи: и посему находится онъ на точкѣ сѣченїя линей са и mn.

58. Естьли бы вмѣсто окружности круга, была прямая, къ коей должно бы было провести обводъ круга, проходящїй чрезъ точку в, и прикасающїйся на данной точкѣ а (ф. 29), дѣйствїе было бы тоже, съ тою только разностїю, что линея ас была бы перпендикулярная, возставленная въ точкѣ а къ сей прямой.

59. 4 е. Двѣ параллельныя хорды ав, cd (ф. 30) заключаютъ между собою равныя дуги ас, bd.

Ибо перпендикуляръ GI, опущенный изъ центра G на AB, долженъ раздѣлить (51) на двѣ равныя части каждую изъ дугъ AIB, CID; понеже онъ въ тожъ время будетъ также перпендикуляромъ и къ AB и къ ея параллельной CD; посему ежели отъ равныхъ дугъ AI, BI отъимутъ равныя дуги CI, DI, остальныя AC, BD должны быть равны.

Заключимъ изъ сего, что когда прикасательная HK параллельна къ хордѣ AB, точка прикосновенія I будетъ на срединѣ дуги AIB.

60. Предложенія, кои мы основали, (50, 57 и 58) относятся къ корабельной Архитектурѣ или къ строенію кораблей. Часто въ сей наукѣ требуются дуги, долженствующія или взаимно касаться или касать прямо и проходить чрезъ данныя точки. Изъ сказаннаго нами легче можно уразумѣть нѣкоторыя средства тамъ для сего предписанныя. Въ гражданской Архитектурѣ также довольно часто употребляютъ прикасающіяся дуги.

61. Послѣднее предложеніе, кое мы лишь доказали, можетъ служить, кромѣ другихъ употребленій, къ тому, чтобы проводить параллельную къ данной линеи.

## О углахъ въ кругѣ.

62. Выше мы видѣли (12), какая вообще мѣра угловъ. Что мы намѣреваемся предложить здѣсь, то не есть новое средство для ихъ измѣренія, но дабы утвердить нѣкоторыя свойства, могущія быть намъ полезными въ послѣдованіи, какъ для нѣкоторыхъ дѣйствій, такъ и для облегченія доказательствъ.

63. Уголъ MAN (ф. 31 и 32), имѣющій вершину при окружности и составленный двумя хордами или прикасательною и хордою,

имѣетъ мѣрою всегда половину дуги BF ED, содержимой между его сторонами.

Чрезъ центръ C проведи діаметръ FH, параллельный къ сторонѣ AM; а діаметръ GE параллельный къ сторонѣ AN: уголъ MAN (43) равенъ углу FCE: почему онъ и мѣру будетъ имѣть ту же, кою уголъ при центрѣ, т. е. мѣра его будетъ дуга FE: слѣдственно должно только показать, что дуга FE есть половина дуги BFED. И такъ, понеже AM параллельна къ HF, дуга BF равна AH (59); а поелику и AN параллельна къ GE, дуга ED равна дугѣ AG; посему и ED съ BF будутъ равны AG съ AH, т. е. GH; но GH, какъ мѣра угла GCH, должна быть равна FE, мѣрѣ угла FCE, который равенъ (20) GCH; посему BF съ ED равны FE; слѣдовательно и FE есть половина дуги BFED: и такъ уголъ MAN имѣетъ мѣрою половину дуги BFED, содержимой между своими сторонами.

Въ семъ доказательствѣ подлагаютъ, что центръ находится между сторонами угла или на одной изъ его сторонъ; но ежели центръ будетъ внѣ его сторонъ, какъ случается въ углѣ MAL (ф. 32), не меньше же будетъ справедливо, что половина дуги BL, содержимая между его сторонами, будетъ мѣрою сего угла. Ибо ежели вообразимъ прикасательную AN, уголъ BAL будетъ равенъ LAN безъ MAN: и посему мѣра его будетъ разность мѣръ сихъ двухъ угловъ, т. е (поелику центръ его находится между сторонами) половина LEA безъ половины BEA или половина BL.

64. И такъ 1 е. Всѣ углы BAE, BCE, BDE (ф. 33) имѣющіе вершины ихъ при окружности, и стоящіе на той же дугѣ или равныхъ, будутъ равны.

Понеже каждый изъ нихъ будетъ имѣть мѣрою половину той же дуги BE (63).

65. 2 е. Всякой уголъ BAC (ф. 34), имѣя вершину свою при окружности, и коего концы сторонъ будутъ на концахъ діаметра, будетъ прямой или 90°: ибо займетъ тогда между своими сторонами полуокружность BOC, коя есть 180°; и какъ онъ долженъ имѣть мѣрою половину оныя (63), посему будетъ имѣть 90°.

66. Предложеніе, кое мы лишь только доказали (65), между многими другими употребленіями имѣетъ слѣдующія два:

67. 1 е. Дабы возставить перпендикуляръ на концѣ B, линеи FB (ф. 35); когда не можно ее довольно продолжить: то, что бы исполнить показанное въ (35) съ удобностію, поступай такимъ образомъ:

Изъ точки D, взятой по произволенію внѣ линеи FB, и растворенiемъ равнымъ разстоянію DB, опиши окружность ABCH, сѣкущую FB на какой либо точкѣ A; чрезъ сію и центръ D проведи діаметръ ADC; отъ точки C, гдѣ сей діаметръ пересѣкаетъ окружность, проведи къ B линею CB: оная будетъ перпендикулярна къ FB. Ибо уголъ CBA, составляемый ею съ FB, имѣетъ вершину свою при окружности и концы сторонъ на концахъ діаметра AC; слѣдовательно сей уголъ есть прямый (65); посему CB перпендикулярна къ FB.

68. 2 е. Дабы отъ данной точки E (ф. 36) внѣ круга ABD провесть прикасательную къ его окружности: Соедини центръ C съ точкою E прямою CE: и на CE, какъ на діаметрѣ, напиши окружность CAED, коя пересѣчетъ окружность ABD въ двухъ точкахъ A и D, чрезъ каждую изъ коихъ и чрезъ точку E, проведши линеи DE и AE, получишь двѣ прикасательныя, кои только и можно провесть отъ точки E къ окружности ABD.

Для убѣжденія себя въ томъ, что сіи линеи суть прикасательныя, должно только провесть радіусы CD и CA; два угла CDE, CAE, имѣя ихъ вершины при окружности ACDE, и концы ихъ сторонъ на концахъ діаметра CE, будутъ слѣдственно прямые (65). Итакъ DE и AE перпендикулярны къ концамъ радіусовъ CD и CA; слѣдовательно по (47) сіи линеи и прикасаются на точкахъ D и A.

69. Естьли продолжить сторону BA (ф. 31.) неопредѣленно къ I, будетъ уголъ NAI, имѣющій также вершину свою при окружности: сей уголъ, несоставленный изъ двухъ хордъ, но только изъ одной хорды и продолженія другой, не будетъ имѣть мѣрою половину дуги AD, заключаемой между его сторонами; но половину суммы двухъ дугъ AD и AB, подтягаемыхъ стороною AD и продолженіемъ стороны AI: ибо углы DAI съ DAB, составляя два прямые, будутъ вмѣстѣ имѣть мѣрою полуокружность, а посему можно видѣть изъ (63), что DAB имѣетъ мѣрою половину DB; слѣдовательно DAI имѣетъ мѣрою половину AD и половину AB.

70. Уголъ BAC (ф, 37), коего вершина находится между центромъ и окружностію, имѣетъ мѣрою половину дуги BC, содержимой между его сторонами, вмѣстѣ съ половиною дуги DE, содержимой въ продолженіи сихъ же сторонъ.

Отъ точки D, гдѣ продолженная CA встрѣчается съ окружностію, проведи DF параллельную къ AB; уголъ BAC равенъ FDC (37), и будетъ посему имѣть ту же съ нимъ мѣру, т. е половину дуги FBC (63), или (половину CB съ половиною дуги BF, или послику BF (59) равна DE) половину CB съ половиною DE.

71. Уголъ BAC (ф. 38), коего вершина внѣ круга, имѣетъ мѣрою половину впалой дуги

вс, безъ половины выпуклой ед, содержимыхъ между его сторонами.

Отъ точки д, на коей са встрѣчается съ окружностiю, проведи дғ параллельную къ ав.

Уголъ вас равенъ ғдс (37); посему мѣра ихъ будетъ таже, т. е. половина дуги сғ, или половина дуги св безъ половины дуги вғ, или (поелику вғ равна ед (59)) половина св безъ половины ед.

72. Посему явствуетъ, что когда стороны угла заключаютъ между собою дугу окружности, и ежели сей уголъ имѣетъ мѣрою половину дуги содержимой между его сторонами, вершина онаго угла необходимо будетъ при окружности; ибо, естьли бы она была въ другомъ какомъ мѣстѣ, доказанныя предложенiя (70 и 71) показали бы, что онъ не имѣетъ мѣрою половины сей дуги. И такъ, какъ бы ни былъ положенъ тотъ же уголъ, ежели стороны его (ф. 33) проходятъ всегда чрезъ тѣжъ точки окружности в и е, вершина его будетъ всегда на окружности. Посему, ежели двѣ линѣйки ам, аn (ф. 39) скрѣпленныя одна съ другою подвигались бы вмѣстѣ на тойже плоскости, безпрестанно прикасаясь къ двумъ утвержденнымъ точкамъ в и с, вершина его а описала бы окружность круга, который пройдетъ чрезъ двѣ точки в и с.

Сiе можетъ послужить, 1 е: къ описанiю круга, проходящаго чрезъ три данныя точки в, а, с (ф. 39), когда не льзя приближиться къ его центру. Должно будетъ соединить точку а съ точками в и с двумя линейками ам, аn; скрѣпить сiи двѣ линейки такъ, чтобъ одна не отходила отъ другой; потомъ оборачивая уголъ вас такъ, что бы линейки ам, аn всегда прикасались точкамъ в и с, вершина его а опишетъ желаемую окружность.

2 е. Къ описанїю дуги круга, коя бы имѣла предложенное число градусовъ, и которая бы проходила чрезъ двѣ данныя точки в и с: что можетъ быть очень нужно въ практикѣ.

Для сдѣланія сего отъимемъ отъ 360, число градусовъ, кое сїя дуга имѣть долженствуетъ, и взявъ половину остатка разтворимъ двѣ линейки такъ, чтобъ онѣ дѣлали уголъ равный сей половинѣ. Скрѣпивъ потомъ оныя двѣ линейки, и оборотивъ около двухъ утвержденныхъ точекъ в и с, дуга вас, кою вершина его опишетъ симъ обращенїемъ, будетъ желаемаго числа градусовъ.

Явствуетъ для чего дѣлаютъ уголъ вас равный половинѣ остатка: понеже онъ имѣетъ мѣрою половину вс, коя есть разность между цѣлою окружностїю и дугою вас.

## О прямыхъ, заключающихъ въ себѣ пространство.

73. Самое меньшее число прямыхъ линей, кои могутъ заключить въ себѣ пространство, есть три, и тогда сїе пространство называется прямолинѣйнымъ треугольникомъ или просто треугольникомъ. авс (ф. 40) есть треугольникъ; понеже онъ есть пространство, заключенное въ трехъ прямыхъ линеяхъ; или точнѣе, поелику сїя фигура имѣетъ только три угла.

Явствуетъ, что во всякомъ треугольникѣ сумма двухъ сторонъ, всячески взятая, всегда больше третїей. ав съ вс, на примѣръ, больше ас: понеже ас, будучи прямая, проведенная отъ а до с, есть кратчайшее разстоянїе между сими точками.

Треугольникъ, имѣющїй всѣ три стороны равныя, называется равностороннымъ. (ф 41).

А тотъ, коего двѣ только стороны равны, называется равнобедреннымъ. (ф. 42).

У коего же всѣ три стороны не равны, называется разностороннымъ (ф. 40).

74. Сумма всѣхъ трехъ угловъ треугольника равна двумъ прямымъ или 180°.

Продолжи неопредѣленно сторону AC къ E (ф. 40) и представь, что линея CD параллельна къ AB.

Уголъ BAC равенъ углу DCE (37), понеже линеи AB, CD параллельны. Уголъ ABC равенъ углу BCD по второму свойству параллельныхъ (38); слѣдовательно два угла BAC и ABC вмѣстѣ, равны угламъ BCD и DCE, т. е. углу BCE; но BCE есть исполненіе (17 и 19) угла BCA: по сему два угла BAC и ABC вмѣстѣ дѣлаютъ исполненіе угла BCA; по сему и три сіи угла составляютъ 180°.

75. Доказательство лишь только данное нами, показываетъ въ тожъ время, что внѣшній уголъ BCE треугольника ABC равенъ суммѣ двухъ внутреннихъ BAC и ABC ему сопротивныхъ.

Заключимъ изъ того, что было сказано (74), 1 е. Прямолинейной треугольникъ имѣетъ только одинъ уголъ прямой: и тогда называютъ его прямоугольнымъ (ф. 43).

2 е. Тѣмъ паче, не можетъ онъ имѣть больше одного тупаго; въ семъ случаѣ называютъ его тупоугольнымъ (ф. 44).

3 е. Онъ можетъ имѣть всѣ три угла острые; тогда называютъ его остроугольнымъ (ф. 45).

4 е. Зная два угла треугольника или ихъ сумму только, можно узнать третій, когда отъимешь извѣстную сумму двухъ угловъ отъ 180°.

5 е. Когда два угла треугольника равны двумъ угламъ другаго, третій уголъ равенъ необходимо третьему: понеже каждые три угла каждаго треугольника равны 180°.

6 е. Два острые угла прямоугольнаго треугольника суть всегда дополненія одинъ

другаго (21). Ибо когда ужѐ одинъ изъ угловъ треугольника имѣетъ 90°, для другихъ двухъ остается только 90°.

76. Выше видѣли мы (54), что всегда можно описать окружность круга около трехъ данныхъ точекъ, находящихся не на одной прямой: заключимъ изъ сего, что....

Всегда можно провести окружность круга чрезъ три вершины угловъ треугольника. Сїе называютъ описать кругъ около треугольника.

77. Изъ сего удобно заключить можно, 1 е: ежели два угла въ треугольникѣ равны, стороны имъ сопротивныя будутъ такъ же равны; и обратно, когда двѣ стороны треугольника равны, углы, противулежащїе имъ, будутъ равны.

Ибо проведши окружность чрезъ три угла A, B, C, (ф. 46), ежели углы ABC, ACB равны, дуги ихъ ADC, AEB, коихъ половины служатъ имъ мѣрою (63), необходимо будутъ равны; слѣдственно (7) и хорды AC, AB будутъ равны. И обратно, ежели стороны AC, AB равны, дуги ихъ ADC, AEB будутъ равны; по сему и углы ABC, ACB, коихъ мѣра половина сихъ дугъ, будутъ равны.

И такъ три угла равностороннаго треугольника суть равны; слѣдственно каждый изъ нихъ есть треть 180° или имѣетъ въ себѣ 60°.

78. 2. Въ томъ же треугольникѣ ABC (ф. 47), бо́льшая сторона противолежитъ бо́льшему углу, а ме́ньшая ме́ньшему, и обратно.

Ибо ежели уголъ ABC больше угла ACB, дуга AC будетъ больше дуги AB; посему и хорда AC больше хорды AB. Обратное сему доказывается такимъ же образомъ.

## О равенствѣ треугольниковъ.

79. Множество находится предложенїй, коихъ доказательства основаны на равенствѣ извѣстныхъ треугольниковъ, о коихъ въ оныхъ разсуждают; по сему не неприлично показать здѣсь признаки, по коимъ можно узнать сїе ихъ равенство. Числомъ ихъ находится три.

80. Два треугольника равны, когда у нихъ углы содержимые въ сторонахъ, равныхъ порознь, равны.

Т. е. Пусть уголъ в треугольника вас (ф. 48) будетъ равенъ углу е треугольника еdf (ф. 49); и сторона ав равна de; а сторона вс сторонѣ еf; то увѣриться, что сїи треугольники равны, можно слѣдующимъ образомъ:

Представь, что фигура авс положена на фигуру def такъ, что сторона ав лежитъ точно на равной ей de; то сторона вс упадетъ на еf, понеже уголъ в равенъ углу е; и точка с на точку f, поелику вс полагается равною еf. Когда же точка а находится на d, и с на f, явствуетъ, что и ас ляжетъ точно по df; слѣдовательно и сїи два треугольника соумѣщаются. И такъ, что бы сдѣлать треугольникъ, коего извѣстны двѣ стороны и уголъ содержимый: проведи прямую de (ф. 49), равную одной изъ сторонъ данныхъ, и сдѣлай на ней уголъ def (14) равный извѣстному; потомъ, сдѣлавъ еf равную другой извѣстной сторонѣ, проведи df; что и дастъ тебѣ желаемый треугольникъ.

81. Два треугольника равны, когда имѣютъ по одной равной сторонѣ, прилежащей двумъ равнымъ угламъ порознь. т. е.

Пусть сторона ав (ф. 48) будетъ равна сторонѣ de (ф. 49), уголъ в равенъ углу е, а уголъ а равенъ углу d.

Представь, что сторона AB положена точно на DE: BC упадетъ на EF, понеже уголъ B равенъ углу E. Подобнымъ образомъ, поелику уголъ A равенъ углу D, сторона AC ляжетъ на DF: по сему AC и BC встрѣтятся на точкѣ F: слѣдовательно и два треугольника равны.

И такъ, дабы составить треугольникъ, коего сторона и два прилежащіе ей угла извѣстны: проведи (ф. 49) прямую DE, равную извѣстной сторонѣ; при концахъ ея сдѣлай углы (14) E и D равные двумъ извѣстнымъ угламъ; тогда стороны EF, DF сихъ угловъ, встрѣтясь, опредѣлятъ желаемый треугольникъ.

82. Предложеніе показанное (81) можетъ служить къ доказанію, что части AC, BD (ф. 50) двухъ параллельныхъ, содержимыя между другими двумя параллельными AB, CD, суть равны.

Опусти два перпендикуляра AE, BF: углы AEC, BFD будутъ равны: ибо они суть прямые. И понеже AC параллельна къ BD, а AE къ BF: уголъ EAC равенъ углу FBD (43); сверхъ сего AE равна BF (36). По сему и треугольники AEC, BFD равны, понеже имѣютъ они по равной сторонѣ, прилежащей къ двумъ угламъ равнымъ по единому; слѣдовательно и AC равна BD.

Такъ же можно доказать что ежели AC равна и параллельна BD: AB будетъ равна и параллельна CD: ибо сверхъ того, что сторона AC равна BD, и углы при точкахъ E и F прямые, уголъ ACE будетъ равенъ BDF, понеже AC параллельна къ BD (37); слѣдовательно (75) и третій уголъ EAC будетъ равенъ третьему DBF. По сему два треугольника, имѣя по одной сторонѣ равной изъ прилежащихъ равнымъ двумъ угламъ по единому, будутъ равны; по чему и AE равна BF; слѣдовательно сіи двѣ линеи параллельны. И такъ отсюду и изъ того что было доказано (82) слѣдуетъ, что AB равна CD.

83. Два треугольника будутъ равны, когда всѣ три стороны у нихъ равны едина по единой. т. е.

Пусть будетъ сторона AB (ф. 48) равна сторонѣ DE (ф. 49), сторона BC равна EF, и сторона AC равна DF.

Представь, что сторона AB положена точно на DF, и треугольникъ BAC положенъ на треугольникъ DEF. Говорю, что точка C упадетъ на точку F.

Изъ точекъ D и F, какъ изъ центровъ, и радїусами DE и DF опиши двѣ дуги JK и HG, пресѣкающїяся на F; явствуетъ, что точка C упадетъ на какую нибудь точку дуги JK; понеже AC равна DF. По той же причинѣ точка C упадетъ на которую нибудь изъ точекъ дуги GH, поелику BC равна EF; по сему должна она упасть на точку F, коя есть одна общая точка симъ двумъ дугамъ, находящимся по тужъ сторону прямыя DE: слѣдовательно сїи два треугольника соумѣщаются совершенно, и по сему равны.

И такъ, дабы составить треугольникъ, коего три стороны извѣстны, должно (ф. 49) провесть прямую DE, равную одной изъ извѣстныхъ сторонъ; и точкою D, какъ центромъ и радїусомъ, равнымъ другой извѣстной сторонѣ, описать дугу JK; также точкою E, какъ центромъ и радїусомъ, равнымъ третїей изъ извѣстныхъ сторонъ, описать дугу GH; наконецъ отъ точки ихъ пресѣченїя F провесть къ точкамъ D и E прямыя FD, FE.

## О полигонахъ или многоугольникахъ.

84. Фигура о многихъ сторонахъ вообще называется многоугольникомъ.

Когда имѣетъ она три стороны, называютъ се треугольникъ и тресторонникъ.

Когда 4 ... четыресторонникъ;
—— 5 ... пятиугольникъ;
—— 6 ... шестиугольникъ;
—— 7 ... семиугольникъ;
—— 8 ... осмиугольникъ;
—— 9 ... девятиугольникъ;
—— 10 ... десятиугольникъ.

Не будемъ болѣе продолжать названїя сихъ именъ (понеже фигура столь же хорошо знаменуется при произношенїи числа ея сторонъ, какъ и употребленїемъ сихъ разныхъ именъ, коихъ великое число безполезно бы обременило только память); и о сихъ упомянули мы для того только, что онѣ встрѣчаются намъ чаще другихъ.

Выпуклымъ или выдавшимся угломъ называется тотъ, коего вершина внѣ фигуры. 51. фигура имѣетъ всѣ углы выпуклые.

Впалый или впадшїй напротивъ есть тотъ, коего вершина вдалась въ фигуру. Уголъ CDE (ф. 52) есть впалый.

Дїагональ фигуры есть прямая, проведенная отъ одного угла къ другому, не прилежащему къ первому. AD, AC (ф. 51) суть дїагонали.

85. Всякой многоугольникъ можетъ раздѣленъ быть дїагоналями, проведенными отъ одного изъ его угловъ, на столько треугольниковъ, сколько у него сторонъ безъ двухъ.

Посмотрѣвъ на 51 и 52 фигуру всякъ можетъ видѣть, что сїе всегда справедливо.

86. Итакъ, дабы знать сумму всѣхъ внутреннихъ угловъ какоголибо многоугольника, должно взять 180° столько разъ, сколько сторонъ безъ двухъ.

Ибо очевидно, что сумма внутреннихъ угловъ многоугольниковъ ABCDE (ф. 51) и ABCDEF (ф. 52) есть таже, что сумма угловъ треугольниковъ ABC, ACD, и проч. И понеже три угла треугольника равны 180°: слѣдственно 180° должно взять столько разъ, сколько треугольниковъ, т. е. (85) столько разъ, сколько сторонъ безъ двухъ.

Примѣчаніе. Въ 52 фигурѣ, уголъ CDE, дабы заключался въ прошедшемъ предложеніи, долженъ смотримъ быть не отвнѣ многоугольника, но внутри, какъ составленный изъ угловъ ADE, ADC; оный уголъ есть больше 180°, и который такъ же должно считать угломъ, какъ и всякой другой, который меньше 180°. Ибо уголъ вообще (10) есть не иное что, какъ только отверстїе прямой, обратившейся около неподвижной своей точки; и хотя бы она обратилась больше или меньше 180°, отверстїе, сдѣланное ею, есть всегда уголъ.

87. Ежели всѣ стороны многоугольника неимѣющаго впалыхъ угловъ будутъ продолжены въ одну сторону, сумма всѣхъ внѣшнихъ равна будетъ 360°, сколько бы сторонъ сей многоугольникъ ни имѣлъ. Смотри (ф. 51).

Ибо каждый внѣшнїй уголъ есть исполненїе внутренняго ему смѣжнаго; и такъ всѣ углы внутреннїе со внѣшними равны столько разъ 180°, сколько сторонъ; но (86) внутреннїе не разнствуютъ отъ сей суммы, какъ только дважды 180°ю или 360°ю: слѣдовательно для внѣшнихъ остается только 360°.

88. Правильнымъ многоугольникомъ называютъ тотъ, когда у него всѣ стороны и всѣ углы равны. Смотри (ф. 53).

По сему легко узнать, сколько каждый внутреннїй уголъ правильнаго многоугольника имѣетъ въ себѣ градусовъ: ибо сыскавъ по показанному

предложенію (86) сколько всѣ внутренніе углы имѣютъ, останется только раздѣлить ихъ сумму на число сторонъ многоугольника. На прим. ежели бы спросили, многихъ ли градусовъ каждый внутренній уголъ правильнаго пятиугольника: поелику находится въ предложенномъ вопросѣ пять сторонъ, беру 180° пять разъ безъ двухъ, т. е. три раза, что дастъ 540° внутреннимъ пяти угламъ; а какъ они всѣ равны, каждый будетъ имѣть пятую часть 540°, т. е. 108°.

89. Изъ опредѣленія правильнаго многоугольника слѣдуетъ, что всегда можно провесть одну только окружность круга около всѣхъ угловъ правильнаго многоугольника.

Ибо доказано (54), что можно провесть окружность круга, чрезъ три точки A, B, C (ф. 53); по сему говорю, что оная окружность проходитъ также чрезъ конецъ стороны CD. Самымъ дѣломъ легко можно доказать, что точка D, на коей сія окружность должна встрѣтить сторону CD, удалена отъ C на разстояніе, равное разстоянію BC: ибо, когда уголъ ABC равенъ углу BCD, дуги ихъ AEC, BFD, коихъ половины служатъ мѣрою симъ угламъ (63), долженствуютъ быть равны; по отнятіи отъ каждой изъ сихъ дугъ общей AFED, остальныя CD, AB должны быть равны; по чему также (7) и хорды CD и AB равны; слѣдственно точка D, на коей сторона CD встрѣчается съ окружностію, проходящею чрезъ точки A, B, C, есть таже, что и вершина угла многоугольника. Такъ же можно доказать и о углахъ E и F.

90. По сему явствуетъ, что, дабы описать кругъ около правильнаго многоугольника, дѣло состоитъ только въ томъ, какъ провесть его чрезъ вершины трехъ его угловъ; что и дѣлаютъ, какъ показано было въ (54).

91. Всѣ перпендикуляры, опущенные изъ центра правильнаго многоугольника къ сторонамъ его, суть равны. Ибо когда сіи перпендикуляры ОН, ОL долженствуютъ упасть на средину каждой стороны (52): линеи АН и АL будутъ равны; и АО есть общая двумъ треугольникамъ ОНА и ОLА. Сверхъ сего, понеже треугольники АВО, АОF имѣютъ три стороны равныя, каждая каждой: углы ОАН, ОАL равны. Слѣдовательно два треугольника ОАН, ОАL, имѣющіе равный уголъ, содержимый въ двухъ равныхъ сторонахъ, едина по единой, суть равны (80); по сему ОН равна ОL.

И такъ, естьли радіусомъ, равнымъ одному изъ сихъ перпендикуляровъ, опущенныхъ на стороны многоугольника, опишутъ окружность, она коснется всѣмъ его сторонамъ. Сію окружность называютъ вписанною во многоугольникѣ.

Каждый изъ перпендикуляровъ ОН, ОL называется (Апотемою) многоугольника.

92. Явствуетъ, что, ежели изъ центра правильнаго многоугольника будутъ проведены линеи ко всѣмъ угламъ онаго, сіи линеи содержать будутъ между собою равные углы: понеже сіи углы измѣряются дугами стянутыми равными хордами: слѣдовательно, чтобъ найти уголъ при центрѣ правильнаго многоугольника, должно раздѣлить 360° на число его сторонъ. Ибо равные его углы вмѣстѣ измѣряются цѣлою окружностію. На прим. шестиугольника каждый уголъ при центрѣ будетъ шестая часть 360°, т. е. будетъ имѣть 60°.

93. И по сему сторона шестиугольника равна радіусу описаннаго около его круга. Ибо когда проведешь радіусы АО и ВО, треугольникъ АОВ будетъ равнобедренный, и по сему (77) два угла ВАО и АВО будутъ равны; и какъ уголъ

лов есть 60°, другіе два будутъ имѣть 120° (75); почему каждый изъ нихъ имѣетъ 60°: слѣдовательно всѣ сіи три угла равны, и треугольникъ есть равносторонный (77); по сему AB равна радіусу AO.

94. Нѣчего говорить больше о правильныхъ многоугольникахъ, коихъ прочія свойства удобно вывесть изъ тѣхъ, о коихъ лишь только предложили: присовокупимъ только одно, что прежде показанное предложеніе служитъ къ раздѣленію окружности на части имѣющія по 15 градусовъ.

Проведи два діаметра AB, DE (ф. 54) одинъ къ другому перпендикулярные; и взявъ отверстіе циркула равное радіусу CE, положи его одно послѣ другаго отъ E до F, и отъ A до G; чрезъ что четверть окружности AE раздѣлена будетъ на три равныя части AF, FG, GE: ибо, понеже радіусъ взятъ для растворенія циркула, слѣдуетъ изъ того, что сказали (93), что дуга EF есть 60° ти; а какъ EA 90°; по сему AF 30° ти. По той же причинѣ AG есть 60° ти; и какъ AE есть 90°, слѣдовательно GE 30° ти. На конецъ, ежели отъ цѣлой дуги AE, 90° ти, отъимешь дуги AF и GE, кои вмѣстѣ равны 60°, остальная FG будетъ 30° ти. Раздѣливъ такимъ образомъ четверть окружности на дуги 30° ти, удобно получишь дугу 15° ти, когда раздѣлишь каждую изъ дугъ AF, FG и GE по поламъ, какъ показано (53). Такимъ же образомъ поступай и съ каждою изъ трехъ остальныхъ четвертей AD, DB и BE.

Ежели бы потребно было продолжить сіе раздѣленіе до дуги 1° са, должно поступать на угадъ: ибо нѣтъ геометрическаго на оное рѣшенія. Однако есть геометрическое средство для сысканія дуги 3°; но какъ предложенія къ сему ведущія, не приносятъ никакой другой пользы, объ оныхъ и говорить не станемъ.

Замѣтимъ только сіе, что мы разумѣемъ подъ рѣшеніями геометрическими: оныя суть таковыя, что бы требуемое было сдѣлано опредѣленнымъ числомъ дѣйствій линейки и циркула.

## О пропорціональныхъ линеяхъ.

95. Прежде нежели начнемъ разсуждать о принадлежащемъ до линей пропорціональныхъ, помѣстимъ здѣсь нѣсколько предложеній касающихся до пропорціи, кои суть непосредственное продолженіе того, что было показано въ Ариѳметикѣ. Но для сокращенія въ рѣчи, согласимся, что, когда впередъ должно будетъ одно количество прибавить къ другому, оное будемъ изображать знакомъ: +, который тоже будетъ значить, что съ вмѣстѣ съ; и такъ 4+3. будетъ значить 4 съ 3мя или 4 вмѣстѣ съ 3 мя, или 3 прибавленные къ 4 мъ. Подобнымъ образомъ для означенія вычитанія будемъ употреблять знакъ: —, который тоже значитъ, что безъ; и такъ 5— 2 значить будетъ 5 безъ 2 хъ, или что должно отнять 2 отъ 5. Какъ не всегда нужно отправлять самымъ дѣломъ сіи дѣйствія, но только разсуждать объ обстоятельствахъ сихъ дѣйствій, часто полезнѣе изображать оныя знаками, нежели сыскивать, что выдетъ.

Дабы означить умноженіе, будемъ употреблять знакъ: ×, который тоже будетъ значить, что умноженное на; и такъ 5×4 будетъ значить 5 умноженное на 4.

А для означенія дѣленія, будемъ изображать какъ въ Ариѳметикѣ: дѣлимое и дѣлитель будемъ писать какъ дробное, коего дѣлимое будетъ числитель, а дѣлитель знаменатель; и такъ $\frac{12}{7}$ значить будетъ 12 раздѣленные на 7.

Положивъ сіе, припомнимъ изъ (Ариѳ. 185), что во всякой пропорціи сумма предъидущихъ къ суммѣ послѣдующихъ, какъ предъидущій къ своему послѣдующему; и также разность предъидущихъ къ разности послѣдующихъ, какъ предъидущій къ своему послѣдующему.

96. Слѣдовательно можемъ заключить изъ сего, что во всякой пропорціи, сумма предъидущихъ къ суммѣ послѣдующихъ, содержится такъ, какъ разность предъидущихъ къ разности послѣдующихъ: ибо понеже въ пропорціи 48 : 16 :: 12 : 4 на прим. имѣемъ (Ариѳ. 185).

$$48 + 12 : 16 + 4 :: 12 : 4$$

и....$48 - 12 : 16 - 4 :: 12 : 4$

Явно, (понеже 12 : 4 есть тоже съ обѣими содержаніями) что можно заключить, какъ 48 + 12 : 16 + 4 :: 48 − 12 : 16 − 4; тоже будетъ и на всякой другой пропорціи.

97. Слѣдовательно въ сей послѣдней пропорціи, полагая 3 й членъ на мѣсто втораго, и вторый на мѣсто третьяго, что и можно сдѣлать (Ариѳ. 182.), можемъ также сказать, что сумма предъидущихъ къ ихъ разности, какъ сумма послѣдующихъ къ разности оныхъ.

98. Ежели въ пропорціи 48 : 16 :: 12 : 4 перемѣнишь мѣста двухъ среднихъ, отъ чего будетъ 48:12::16:4, и къ оной сдѣлаешь прикладъ предложенія доказаннаго (96), будешь имѣть сію 48 + 16:12 + 4 : : 48 — 16 : 12 — 4, коя въ разсужденіи пропорціи 48 : 16 :: 12 : 4 дастъ слѣдующее предложеніе: сумма двухъ первыхъ членовъ пропорціи, содержится къ суммѣ двухъ послѣднихъ, какъ разность двухъ первыхъ къ разности двухъ послѣднихъ; или (положа третій членъ на мѣсто втораго, и вторый на мѣсто

третьяго) сумма двухъ перьвыхъ членовъ содержится къ ихъ разности, какъ сумма двухъ послѣднихъ къ ихъ разности.

99. Ежели содержанїе составлено изъ произведенїя многихъ другихъ содержанїй, можно вмѣсто каждаго изъ составляющихъ содержанїй поставить содержанїе, изображенное другими членами, съ тѣмъ только, чтобъ сїи два члена были въ томъ же содержанїи съ тѣми, вмѣсто коихъ они поставлены.

На примѣръ въ содержанїи $6 \times 10 : 2 \times 5$, можно вмѣсто сомножителей 6 и 2 поставить 3 и 1, что дастъ составленное содержанїе $3 \times 10 : 1 \times 5$, кое есть тоже, что $6 \times 10 : 2 \times 5$. Самою вещїю, понеже $6 : 2 :: 3 : 1$ можно не перемѣняя сей пропорцїи (Ариѳ. 183), умножить предъидущїе 10 и послѣдущїе 5, тогда будетъ $6 \times 10 : 2 \times 5 :: 3 \times 10 : 1 \times 5$.

Легко можно видѣть, что сїе разсужденїе можно приложить ко всякому другому содержанїю.

100. Ежели двѣ пропорцїи или больше будутъ такїя, что въ перьвомъ содержанїи одной, предъидущїй будетъ равенъ послѣдующему въ другой: можно, когда потребно будетъ умножить сїи пропорцїи членъ на членъ, оставить члены, кои будутъ общїе у предъидущаго съ послѣдующимъ. На прим: ежели будетъ двѣ пропорцїи:

$$6 : 4 :: 12 : 8$$
$$4 : 3 :: 20 : 15$$

Можно заключить, что $6 : 3 :: 12 \times 20 : 8 \times 15$.

Ибо когда допустимъ 4 общимъ сомножителемъ, содержанїе $6 \times 4$ къ $4 \times 3$, кое бы тогда было, не другое будетъ отъ содержанїя 6 къ 3 (Ариѳ. 170), гдѣ сей сомножитель оставленъ.

Также, ежели будетъ $6 : 4 :: 12 : 8$

$$4 : 3 :: 20 : 15$$
$$3 : 7 :: 21 : 49$$

Можно заключить, что $6 : 7 :: 12 \times 20 \times 21 : 8 \times 15 \times 49$.

Тоже будетъ и на вторыхъ содержанiяхъ, и по той же причинѣ.

Сiе примѣчанiе полезно для сысканiя содержанiя двухъ количествъ, когда оно должно быть составленное: понеже тогда сравниваютъ каждое изъ сихъ количествъ съ другими количествами, которыя употребляютъ какъ вспомогательныя, и кои не должны остаться послѣ доказательства.

Теперь мы намѣрены показать прикладъ познанiя пропорцiи на числахъ, къ линеямъ. Но дабы сдѣлать наши доказательства кратчайшими и генеральнѣйшими, не дадимъ никакой назначенной величины симъ линеямъ, развѣ только въ нѣкоторыхъ примѣрахъ; въ прочемъ всегда можно имѣть пособiя отъ сравненiя ихъ съ числами.

Содержанiя, о коихъ мы здѣсь разсуждаемъ, суть содержанiя геометрическiя. И такъ когда скажемъ, что такая-то линея къ такой-то содержится какъ 5 къ 4 на прим. должно разумѣть, что первая содержитъ въ себѣ вторую столько же, сколько 5 содержитъ 4.

101. Ежели на одной изъ сторонъ AZ какого либо угла ZAX (ф. 55) назначить равныя части AB, BC, CD, DE, и проч. произвольной величины, и произвольное ихъ число; и ежели, проведши по произволенiю отъ которой нибудь точки раздѣленiя, на прим. F, прямую FL, встрѣчающуюся со стороною AX на L, проведешь отъ другихъ точекъ раздѣленiя линеи BG, CH, DJ, EK, и проч. параллельныя къ FL: говорю, что части AG, GH, HJ и проч. стороны AX будутъ также равны между собою.

Чрезъ точки G, H, J, и проч: проведемъ линеи GM, HN, JO и проч. параллельныя къ AZ: треугольники ABG, GMH, HNJ, JOK и проч. будутъ равны между собою: ибо 1е, каждая изъ линей GM,

HN, JO и проч. равна AB, понеже (82) онѢ равны BC, CD, DE и проч; 2е. углы GMH, HNJ, JOK, и проч. всѢ равны, поелику каждый изЪ нихЪ равенЪ углу ABG (43); 3е, углы MGH, NHJ, OJK, и проч. суть также всѢ равны между собою, понеже каждый и изЪ сихЪ равенЪ углу BAG (43).

По чему всѢ треугольники BAG, MGH, NHJ и проч. имѢютЪ по равной сторонѢ, прилежащей двумЪ равнымЪ угламЪ единЪ по единому: слѢдовательно всѢ они равны; по чему и стороны AG, GH, HJ и проч. сихЪ треугольниковЪ суть равны между собою, и линея AX самымЪ дѢломЪ раздѢлена сими параллельными на части равныя.

ЯвствуетЪ убо, что, ежели AB будетЪ каканибудь часть AG, то и BC будетЪ такая же часть прямыя GH, и CD прямыя HJ; ежели на пр: AB есть $\frac{2}{3}$AG, BC будетЪ $\frac{2}{3}$ GH, и такЪ далѢе.

Тоже будетЪ на 2, 3, 4 частяхЪ и проч. прямой AF, сравненныхЪ сЪ 2, 3, 4 и проч. частями прямой AL. СлѢдовательно какойнибудь отсѢкЪ AD или DF линеи AF есть такая же часть соотвѢтствующаго отсѢка AJ или JL линеи AL, какая AB есть AG, т. е. что

AD : AJ :: AB : AG

и DF : JL :: AB : AG

Можно также сказать, что AF : AL :: AB : AG. СлѢдовательно (поелику содержанїе AB : AG есть общее симЪ somremЪ пропорцїямЪ) можно сказать, что AD : AJ :: DF : JL и AD : AJ :: AF : AL.

102. Посему, ежели чрезЪ точку D (ф. 56), взятую по произволенїю на одной изЪ сторонЪ AF, треугольника AFL, проведешЪ DJ, параллельную сторонѢ FL; двѢ стороны AF, AL будутЪ разсѢчены пропорцїонально, т. е. всегда будетЪ:

AD : AJ :: DF : JL

и AD : AJ :: AF : AL

Или по перемѣнѣ двухъ среднихъ (Арие. 182):

AD : DF :: AJ : JL

и AD : AF :: AJ : AL.

какой бы притомъ уголъ FAL ни былъ.

Самымъ дѣломъ всегда можно представить, что сторона AF раздѣлена на столько равныхъ частей, сколько угодно: слѣдственно и на безконечное число оныхъ: по сему, когда точка D не можетъ не быть однимъ изъ сихъ сѣченій, то разсужденіе предъидущаго параграфа можетъ приложено здѣсь быть слово въ слово.

103. И по сему, 1 е: Ежели отъ точки A взятой произвольно внѣ линеи GL (ф. 57) проведешь къ разнымъ ея точкамъ многія другія прямыя AG, AH, AJ, AK, AL, то всякая линея, какъ BF, параллельная къ GL, разсѣчетъ всѣ сіи линеи на части пропорціональныя, т. е. будетъ:

AB : BG :: AC : CH :: AD : DJ :: AE : EK :: AF : FL.

и AB : AG :: AC : AH :: AD : AJ :: AE : AK :: AF : AL.

Ибо смотря на углы GAH, GAJ, GAK, GAL одинъ за другимъ, какъ на уголъ FAL въ фигурѣ 56, подобнымъ образомъ можешь доказать, что всѣ сіи содержанія равны.

104. 2 е. Линея AD, раздѣляющая (ф. 56*) уголъ BAC треугольника на двѣ равныя части, разсѣкаетъ противулежащую ему сторону BC на двѣ части BD, DC, пропорціональныя соотвѣтствующимъ сторонамъ AB, AC; т. е. такъ, что BD : DC :: AB : AC.

Ибо, естьли чрезъ точку B проведешь BE параллельную къ AD, коя встрѣчается съ CA, продолженною на точкѣ E; послику линеи CE, CB разсѣчены тогда пропорціонально (102), будетъ какъ BD : CD :: EA : AC.

Удобно видѣть можно, что AE равна AB; ибо, понеже AB и BE параллельны, уголъ E равенъ

углу DAC (37), и уголъ EBA равенъ своему поперечному BAD (38). А какъ DAC и BAD равны, будучи половинами угла BAC, то углы E и EBA будутъ равны: почему и стороны AE и AB суть также равны; посему пропорція BD : CD :: AE : AC перемѣняется въ пропорцію BD : CD :: AB : AC.

105. Ежели линеи AF и AL (ф. 56) разсѣчешь пропорціонально на точкахъ D и J, т. е. такъ, что AF : AD :: AL : AJ, линея DJ, соединяющая сіи точки, будетъ параллельна къ FL.

Ибо часть прямыя AL, кою отсѣкла бы параллельная, проведенная отъ точки D, должна (102) содержима быть въ AL столько же, сколько AD въ AF. А какъ по подлогу AJ содержится въ AL точно столько разъ, слѣдовательно сія часть не можетъ быть иная кромѣ AJ.

106. По сему, ежели линеи AG, AH, AJ, AK, AL (ф. 57), исходящія отъ точки A къ разнымъ точкамъ линеи GL, будутъ разсѣчены пропорціонально на точкахъ B, C, D, E, F; линея BCDEF, проходящая чрезъ всѣ сіи точки, будетъ параллельна къ GL.

107. Предложенія показанныя (102 и слѣд.) столь же истинны и тогда, когда линея BF, вмѣсто что бы быть между точкою A и линеею GL, какъ въ 57 фигурѣ, случится поверхъ точки A, какъ въ 58 фигурѣ. Ибо все сказанное о фигурѣ 55 и служащее основаніемъ утвержденнымъ предложеніямъ въ (102 и слѣд.) могло бы равномѣрно приложено быть и къ параллельнымъ, кои бы пересѣкли линеи ZA и XA, продолженныя въ верхъ въ фигурѣ 55.

## О подобіи треугольниковъ.

108. Сходственными сторонами двухъ треугольниковъ или вообще двухъ фигуръ подобныхъ

называются тѣ, кои находятся въ одинаковомъ положенїи каждая въ фигурѣ, къ коей принадлежитъ.

109. Два треугольника, у коихъ всѣ углы равны одинъ по единому, имѣютъ сходственныя стороны пропорцїональны, по сему и подобны.

Ежели два треугольника ADJ, AFL (ф. 59 и 60) суть таковы, что уголъ A перьваго равенъ углу A втораго, уголъ D равенъ углу F, и уголъ J углу L, говорю, что AD : AF :: AJ : AL :: DJ : FL.

Ибо, понеже уголъ A перьваго равенъ углу A втораго, можно будетъ положить сїи два треугольника одинъ на другой такъ, какъ изображено въ фигурѣ 56; тогда, поелику уголъ D равенъ углу F, линеи DJ и FL будутъ параллельны (42); слѣдовательно въ сходственность того, что было сказано (102), будетъ AD : AF :: AJ : AL.

Проведемъ теперь чрезъ точку J прямую JH параллельную къ AF; и по сказанному въ (102) можно видѣть, что AJ : AL :: FH : FL; или, понеже FH равна DJ (82) :: DJ : FL; посему AD : AF :: AJ : AL :: DJ : FL.

И поелику можно перемѣнить мѣста среднихъ, можно сказать такъ же: AD : AJ :: AF : AL : и AJ : DJ :: AL : FL :

110. Когда же два угла треугольника (74) суть равны двумъ угламъ другаго треугольника порознь, третїй необходимо равенъ третьему; заключимъ изъ сего, что два треугольника будутъ подобны, когда у нихъ два угла равны двумъ угламъ единъ по единому.

111. Видѣли (43), что два угла имѣющїе стороны свои параллельны, и кои обращены въ тужъ сторону, равны; по сему два треугольника, у коихъ стороны параллельны, имѣютъ углы равные единъ по единому, слѣдовательно (109) и стороны ихъ пропорцїональны.

По сему также два треугольника, у коихъ стороны перпендикулярны каждая къ каждой, имѣютъ сіи самыя стороны пропорціональныя: Ибо, ежели одинъ изъ сихъ треугольниковъ оборотятъ на четверть круга, стороны его сдѣлаются параллельными къ сторонамъ другаго.

112. Ежели изъ прямаго угла A прямоугольнаго треугольника BAC (ф. 43) опустишъ перпендикулярную AD на сопротивную ему сторону BC, (кою называютъ гипотенузою); слѣдуетъ 1е, что два треугольника ADB, ADC будутъ подобны между собою и треугольнику BAC; 2е. перпендикулярная AD будетъ средняя пропорціональная между симиъ двумя частями BD и DC гипотенузы; 3е. каждая изъ сторонъ AB или AC около прямаго угла будетъ средняя пропорціональная между гипотенузою и отсѣкомъ ко взятой сторонѣ прилежащимъ BD или DC.

Ибо каждый изъ сихъ двухъ треугольниковъ ADB, ADC имѣетъ по углу D прямому, такъ какъ и треугольникъ BAC имѣетъ при точкѣ A; сверхъ сего, каждый изъ нихъ имѣетъ по углу общему съ симъ самымъ треугольникомъ BAC, поелику уголъ B принадлежитъ какъ къ треугольнику ADB, такъ и къ треугольнику BAC; также уголъ C принадлежитъ какъ къ треугольнику ADC, такъ и къ треугольнику BAC; по сему (110) сіи три треугольника подобны. И (109), сравнивая сходственныя стороны двухъ треугольниковъ ADB и ADC получимъ ....

BD : AD :: AD : DC.

Сравнивая сходственныя стороны двухъ треугольниковъ ADB, BAC, получимъ:

BD : AB :: AB : BC:

На конецъ сравнивая сходственныя стороны треугольниковъ ADC и BAC будемъ имѣть:

CD: AC:: AC: BC.

Гдѣ и видно, что AD есть (Арие. 174) средняя пропорціональная между BD и DC; AB средняя пропорціональная между BD и BC; и наконецъ AC средняя пропорціональная между CD и BC.

113. Два треугольника, имѣющіе равные углы въ сторонахъ пропорціональныхъ, имѣютъ также и прочіе два угла равные, и по сему суть подобны.

Ежели два треугольника ADJ, AFL (ф. 59 и 60) суть такіе, что уголъ A перваго равенъ углу A втораго, и стороны объемлющія оные углы суть какъ AD: AF:: AJ: AL, говорю, что они будутъ подобны, т. е. что прочіе ихъ углы равны единъ по единому и третій ихъ стороны DJ и FL въ томъ же содержаніи съ AD и AF или съ AJ и AL.

Ибо уголъ A треугольника ADJ можно положить на уголъ A треугольника AFL такъ, какъ представлено въ фигурѣ 56. И какъ полагается, что AD: AF:: AJ: AL, двѣ прямыя AF, AL пересѣчены пропорціонально на D и J; по сему DJ параллельна къ FL (105) и (37), уголъ AFL равенъ углу ADJ, и уголъ ALF равенъ углу AJD.

Отсюду и изъ сказаннаго (109), слѣдуетъ, что DJ: FL:: AD: AF:: AJ: AL.

114. Два треугольника, у коихъ три сходственныя стороны пропорціональны, имѣютъ углы равные каждый каждому, по сему и подобны.

Ежели положить (ф. 61 и 62), что DE: AB :: EF: BC:: DF: AC, говорю, что уголъ D равенъ углу A, уголъ E равенъ углу B, и уголъ F равенъ углу C.

Вообразимъ, что треугольникъ DGE составленъ на DE, коего уголъ DEG пусть будетъ равенъ углу B, уголъ GDE углу A; треугольникъ DEG будетъ подобенъ треугольнику ABC (110);

посему (109) DE : AB :: GE : BC :: DG : AC; но по подлогу DE : AB :: EF : BC :: DF : AC; и такъ поелику содержаніе DE : AB есть общее, будутъ сіи двѣ пропорціи:

GE : BC :: EF : BC
и DG : AC :: DF : AC.

Слѣдовательно, понеже два послѣдующіе равны между собою въ каждой изъ сихъ двухъ пропорцій, предъидущіе будутъ такъ же равны; по сему GE равна EF, а DG равна DF. Треугольникъ DEG имѣетъ убо всѣ три стороны равныя сторонамъ треугольника DEF; и потому (83) онъ равенъ сему треугольнику DEF; видѣли же мы недавно, что треугольникъ DEG подобенъ ABC, слѣдовательно и DEF подобенъ также ABC.

115. Доказали мы выше (111), что когда линея DJ (ф. 56) параллельна къ сторонѣ FL, два треугольника ADJ, AFL суть подобны; какъ сія истинна можетъ существовать при всякой величинѣ угла A, должно заключить (ф. 57), что треугольники AGH, AHJ, AJK, AKL, подобны треугольникамъ ABC, ACD, ADE, AEF, каждый каждому, и слѣдственно (109) KL : EF :: AK : AE :: KJ : DE :: AJ : AD :: JH :: CD :: AH : AC :: GH : BC; по сему взявъ изъ сихъ содержаній только тѣ, кои заключаютъ въ себѣ часть прямыхъ GL и BF, будемъ имѣть KL : EF :: KJ : DE :: JH : CD :: GH : BC, т. е. ежели отъ точки A проведемъ къ разнымъ точкамъ прямыя GL многія другія прямыя, сіи прямыя разсѣкутъ всякую другую прямую параллельную къ GL точно такъ, какъ разсѣкаютъ GL, т. е. на части, кои будутъ въ томъ же между собою содержаніи, въ какомъ и соотвѣтствующія части линеи GL.

116. Предложенныя теперь нами начала служатъ основаніемъ всѣмъ частямъ Математики теорической и практической. И какъ нужно

знать сїи начала совершенно, поговоримъ еще нѣсколько о ихъ употребленїи, какъ для сея причины, такъ и для того, что оное подаетъ намъ случай обьяснить много полезнаго въ практикѣ.

117. Предложенїе показанное (101) подаетъ средство довольно естественное разсѣкать данную линею на равныя части, или на части, кои бы имѣли между собою данное содержанїе. Положимъ что AR (ф. 55) данная, кою желаютъ разсѣчь на двѣ части, которыя бы имѣли данное содержанїе, на прим: 7 къ 3. Отъ точки A проведи неопредѣленную AZ въ какомъ либо углѣ, и, взявъ произвольное растворенїе циркула AB, положи 10 разъ оное вдоль по AZ; пусть Q будетъ конецъ послѣдней части, соедини потомъ концы Q и R линеи AQ и данныя AR; тогда естьли чрезъ точку D, т. е. конецъ третьяго сѣченїя, проведешь DJ параллельную къ QR, линея AR будетъ раздѣлена на двѣ части RJ, AJ, кои будутъ между собою :: 7 : 3; ибо (101 и 102) онѣ содержатся между собою :: DQ : AD, кои сдѣлали мы состоящими изъ 7 и 3 хъ частей.

Изъ сего видно, что ежели бы хотѣли раздѣлить линею AR на бóльшее число частей, на прим: на 5, кои бы были въ содержанїи 7, 5, 4, 3, 2: сложи всѣ сїи числа, отъ чего выдетъ 21; сїи 21 растворенїемъ циркула положи по линеи AZ, и проведи параллельныя къ линеи QR отъ концовъ раздѣленїя 7, 5, 4, 3 и 2 го.

118. Ежели бы содержанїя даны были на линеяхъ, тогда бы положили всѣ сїи линеи одна подлѣ другой по AZ.

По сему явствуетъ, какъ должно поступить, естьли бы надобно было раздѣлить линею AR на равныя части.

Но когда части раздѣляемой линеи должны быть малы, или когда сїя самая линея мала, то

самая малѣйшая ошибка въ параллельныхъ, много имѣетъ влїянїя на равенство или на неравенство частей; для сей причины не безполезно будетъ предложить слѣдующее средство:

119. Пусть fg (ф. 63) будетъ линея, кою потребно раздѣлить на равныя части, на прим. на 6: проведи неопредѣленную линею BC, на коей назначь по порядку шесть, по произволенїю взятыхъ равныхъ отверстїй циркула. Пусть будетъ BC, содержащая въ себѣ сїи 6 частей; на сей BC напиши равносторонный треугольникъ BAC, описавъ изъ двухъ концовъ B и C, какъ изъ центровъ, и разстоянїемъ BC, какъ радїусомъ, двѣ дуги, сѣкущїяся на A. На сторонахъ AB, AC возьми отъ точки A, части AF, AG равныя, каждую fg; и проведши FG, коя будетъ равна fg, отъ точки A ко всѣмъ точкамъ дѣленїя линеи BC проведи прямыя, кои разсѣкутъ FG такъ же, какъ разсѣчена и BC.

Ибо, когда сїи линеи AF, AG равны между собою, и линеи AB, AC также равны; будетъ AB:AF::AC:AG, слѣдовательно AB, AC разсѣчены пропорцїонально на F и G; почему FG параллельна къ BC, слѣдственно (111) треугольникъ FAG подобенъ ABC; по сему FAG есть равносторонный, и AG равна AF; слѣдственно равна она и fg. Сверхъ сего, когда FG параллельна къ BC, сїи двѣ линеи (115) должны быть разсѣчены пропорцїонально линеями, проведенными отъ A до прямой BC.

Предложенное нами теперь можетъ служить къ составленїю и раздѣленїю мачтаба, нужнаго для уменьшенїя фигуръ; но удобнѣйшїй мачтабъ въ великомъ числѣ дѣйствїй есть тотъ, который называютъ десятичнымъ. Составляютъ его слѣдующимъ образомъ: при концахъ A и B прямой AB (ф. 64), кою потребно раздѣлить на 100

разныхъ частей, возставляютъ перпендикуляры AC, BD; по каждому изъ оныхъ полагаютъ 10 отверстій циркула, равныхъ между собою, но величины произвольной. Проведши CD, раздѣляютъ AB на 10 равныхъ частей, кои и полагаютъ по CD; потомъ проводятъ накось прямыя, какъ можно видѣть въ фигурѣ, и чрезъ соотвѣтственныя точки прямыхъ CA, BD проводятъ прямыя линеи, кои всѣ будутъ параллельны къ AB: тогда все бы равно было, какъ бы и AB раздѣлена была на 100 разныхъ частей. На прим: ежели потребно имѣть 47 частей, коихъ AB содержитъ 100, беру на линеи проходящей при No. 7. часть 7 H отъ CA до линеи накось проходящей при N 40. И такъ же поступаю для всякаго другаго числа.

Самою вещїю, послику треугольники C7V, CAX подобны, очевидно, что 7V содержитъ въ себѣ 7 частей такихъ, коихъ AX содержала бы въ себѣ 10; а какъ VH содержитъ въ себѣ четыре разстоянїя равныя AX, цѣлая линея 7H равна 47 частямъ, коихъ BX содержала бы 10, т. е. 47 частей такихъ, коихъ AB содержала бы 100.

120. Предложенїе доказанное (102) можетъ служить къ сысканїю четвертой пропорцїональной къ тремъ даннымъ линеямъ ab, cd, ef (ф. 56), т. е. линеи, коя бы была четвертымъ членомъ пропорцїи, коея три первыя были бы ab, cd, ef. Для сдѣланїя сего проведши двѣ неопредѣленныя прямыя AF, AL, составляющїя какой нибудь уголъ, положи ab отъ A до D, и cd отъ A до F; равнымъ образомъ положи и ef отъ A до J; и соединивъ двѣ точки D и J прямою DJ, чрез точку F проведи линею FL, параллельную къ DJ, коя и опредѣлитъ AL искомую четвертую пропорцїональную.

Можно также сдѣлать сїе по предложенїю показанному (109) слѣдующимъ другимъ образомъ: На неопредѣленной линеи AF (ф. 56) возьми двѣ части AD, AF равныя по порядку прямымъ ab, cd; и проведши DJ въ какомъ либо съ нею углѣ равную ef, проведи чрезъ точки A и J прямую AL, кою пересѣчетъ прямая FL, параллельная къ DJ, сїя параллельная будетъ искомая четвертая пропорцїональная.

Когда два среднїе члены пропорцїи равны, четвертый членъ называется тогда третїею пропорцїональною: понеже три только разныя количества составляютъ пропорцїю. И такъ когда потребно сыскать третїю пропорцїональную къ двумъ даннымъ линеямъ, должно разумѣть, что спрашиваютъ четвертый членъ пропорцїи, въ которой второй изъ данныхъ двухъ линей заступаетъ мѣсто двухъ среднихъ. Дѣйствуютъ же точно такъ, какъ было лишь только показано.

121. Предложенїя показанныя (109, 113, 114) могутъ послужить къ разрѣшенїю сей генеральной проблемы: когда три даны изъ шести вещей, т. е. угловъ и сторонъ входящихъ въ треугольникъ, сыскать другїе три, съ тѣмъ только, чтобы всегда между сими тремя извѣстными была сторона.

Мы намѣрены показать нѣсколько сему примѣровъ.

Положимъ, что, будучи на полѣ въ точкѣ B (ф. 65), желаешь знать въ какомъ разстоянїи находится отъ сей точки B предмѣтъ A, къ коему подойти невозможно.

Назначь линею какой нибудь величины BC, и измѣрь оную, и на угадъ сдѣлай ее сколь можно равною BA. Потомъ графометромъ, который описанъ нами (въ 23), измѣрь углы ABC, ACB, составляемые въ BC двумя линеями, ум-

ственно проведенными отъ концовъ в и с къ а. Сдѣлавъ сіе, проведи на бумагѣ линею bc (ф. 66), и назначь по ней съ мачтаба по произволенію сдѣланнаго, столько частей, сколько въ вс футъ, ежели измѣрялъ ее футами; и помощію транспортира, описаннаго (22), сдѣлай при точкѣ b уголъ того же числа градусовъ, сколько нашелъ въ углѣ в; а при точкѣ с тѣхъ же градусовъ съ угломъ с; тогда двѣ ab, ac, встрѣтясь на точкѣ а, представятъ точку а; такъ, что ежели измѣряешь ab по своему мачтабу, число частей, кое найдешь, покажетъ число футъ въ ав. Ибо, когда два угла b и с сдѣланы равными двумъ угламъ в и с, треугольникъ bac подобенъ треугольнику вас (110); посему и стороны ихъ пропорціональны.

Такимъ же образомъ можно измѣрить разстояніе острова отъ берега. Когда можно его видѣть отъ двухъ точекъ сего берега, сего острова разстояніе и будетъ извѣстно.

122. По предложенію доказанному (114), можно оставить измѣреніе угловъ, въ случаѣ о коемъ мы говоримъ. Самою вещію довлѣетъ, естьли мы воткнемъ шестикъ въ точкѣ е (ф. 65), коя бы была въ тойже прямости съ точками а и в, и другой въ точкѣ г, въ тойже прямости съ а и с; довольно, говорю, измѣрить линеи вс, ве, се, вг и сг; потомъ составить треугольникъ bec (ф. 66), коего бы стороны bc, be, ce, имѣли въ себѣ по стольку частей одного и того же мачтаба, сколько вс, ве, се имѣютъ футъ; также на bc составить другой треугольникъ bcf, коего бы стороны bf, cf имѣли въ себѣ по стольку частей мачтаба, сколько въ вг, сг футъ; потомъ, продолживъ стороны be, cf, кои встрѣтятся въ точкѣ а, означимъ точку а; такъ что, смѣривъ ba по мач-

табу, узнаемъ по числу сысканныхъ частей, сколько футъ должно быть въ ав.

Самою вещїю, когда треугольникъ bec имѣетъ стороны пропорцїональныя сторонамъ треугольника вес, сїи треугольники должны имѣть и равные углы; по чему уголъ евс или авс равенъ углу ebc или abc; по той же причинѣ уголъ fcb или асв равенъ углу fcb или acb; посему два треугольника асв и acb подобны.

Въ тожъ время явствуетъ, что по сему сочиненїю можно опредѣлить и углы авс, асв, когда измѣришь транспортиромъ углы abc, acb на бумагѣ.

На конецъ, хотя сїи средства, и многїя другїя, кои легко можно вывесть изъ оныхъ, могутъ быть часто полезны, однако не будемъ долѣе останавливаться на оныхъ, понеже Тригонометрїя, кою мы покажемъ въ послѣдованїи, снабдитъ насъ средствами гораздо легчайшими и ближайшими къ точности: ибо, хотя дѣйствїя нами описанныя по самой строгости точны въ теорїи, однако точность оная очень ограничена на практикѣ, поелику погрѣшности, кои можно сдѣлать при сочиненїи фигуры abc, сколь ни малы, имѣютъ великое влїянїе на заключенїя для фигуры авс, кои всегда несравненно увеличиваются.

## О линеяхъ пропорцїональныхъ въ кругѣ.

123. Двѣ линеи называются пресѣченными въ обратномъ или возвратномъ содержанїи, когда для составленїя пропорцїи изъ сихъ линей, обѣ части одной составляютъ крайнїе, а обѣ части другой среднїе члены пропорцїи.

И двѣ линеи называются возвратно пропорцїональными своимъ частямъ, когда одна изъ сихъ линей и ея часть будутъ крайнїе, другая же линея и ея часть среднїе.

124. Двѣ хорды AC и BD (ф. 67), сѣкущїяся въ кругѣ на какой либо точкѣ E, и въ какомъ бы углѣ ни было, пересѣкаются всегда въ возвратномъ содержанїи, т. е. AE : BE : : DE : CE.

Ибо, ежели проведешь хорды AB, CD, составятся два треугольника BEA, CED, подобные, что легко и доказать можно; понеже, кромѣ того что уголъ BEA равенъ углу CED (20), уголъ ABE или ABD равенъ углу DCE или DCA: ибо сїи два угла имѣютъ вершины свои при окружности и стоятъ на той же дугѣ AD (63). Слѣдовательно, треугольники BEA и CED подобны (110); посему сходственныя ихъ стороны пропорцїональны, т. е. AE : BE : : DE : CE, гдѣ и видно, что части хорды AC крайнїя, а части BD среднїя.

125. Понеже доказанное предложенїе всегда свою силу имѣетъ, гдѣ бы точка E ни была и въ какихъ бы углахъ сїи двѣ хорды AC и BD ни пересѣклись: слѣдовательно справедливо оно будетъ и тогда, когда сїи двѣ хорды (ф. 68) взаимно перпендикулярны и одна изъ двухъ, наприм. AC, проходитъ чрезъ центръ; и какъ въ семъ случаѣ, послику хорда BD разсѣчена на двѣ равныя части (51), два среднїе члена пропорцїи AE : BE : : DE : CE будутъ равны и пропорцїя перемѣнится въ сїю другую, AE : BE : : BE : CE; слѣдовательно, каждый перпендикуляръ BE, опущенный изъ какой либо точки в окружности къ дїаметру, есть среднїй пропорцїональный между двумя частями AE, CE сего дїаметра.

126. Сїе предложенїе имѣетъ множество полезныхъ приложенїй. Теперь предложимъ только одно, а именно, какъ сыскивать среднюю пропорцїональную между двумя данными линеями ae, ec (ф. 70).

Проведи неопредѣленную прямую ac, и положи по ней одну подлѣ другой линеи ae, ec равныя линеямъ ae, ec; и написавъ на цѣлой ac, какъ на діаметрѣ, полукружіе abc, возставь изъ общей ихъ точки e перпендикуляръ eb къ ac, и продолжи его до окружности; сія перпендикулярная будетъ искомая средняя пропорціональная.

127. Двѣ сѣкущія прямыя ab, ac, проведенныя отъ одной внѣшней точки круга a (ф. 69), и кончащіяся при впалой части окружности, суть всегда возвратно пропорціональны внѣшнимъ ихъ частямъ ad, ae, гдѣ бы сія точка a ни находилась внѣ круга, и какой бы уголъ сіи сѣкущія ни дѣлали.

Проведи хорды cd и be, будешь имѣть два треугольника adc, aeb, въ коихъ 1 е, уголъ a общій; 2 е, уголъ b равенъ углу c, понеже каждый изъ нихъ имѣетъ вершину свою при окружности, и стоятъ на той же дугѣ de (63); по сему (110) сіи два треугольника подобны и имѣютъ стороны пропорціональны: посему ab:ac::ae:ad, гдѣ можно видѣть, что сѣкущая ab и внѣшняя ея часть ad составляютъ крайніе, между тѣмъ какъ сѣкущая ac со своею частію ae, составляютъ средніе члены.

128. Понеже сіе предложеніе справедливо, какой бы уголъ bac ни былъ; ежели представишь, что ab неподвижна, а сторона ac будетъ отъ нея отходить, двѣ точки сѣченія e и c безпрестанно будутъ приближаться одна къ другой, доколѣ на конецъ прямая ac придетъ на прикасающуюся af, сіи двѣ точки сойдутся и каждая изъ ac, ae сдѣлается равною af; такъ что пропорція ab:ac::ae:ad сдѣлается ab:af:af:ad, слѣдственно:

129. Ежели отъ точки A, взятой внѣ круга, проведена будетъ нѣкая сѣкущая AB, а другая прикасающаяся AF, сїя прикасающаяся будетъ средняя пропорцїональная между сѣкущею AB и внѣшнею ея частїю AD.

130. Сїе предложенїе между другими употребленїями можетъ служить къ тому, какъ раздѣлять линею въ крайнемъ и среднемъ содержанїи. Говорится, что линея AB (ф. 71), разсѣчена въ крайнемъ и среднемъ содержанїи, когда она разсѣчена на двѣ части AC, BC такїя, что одна BC изъ сихъ частей есть средняя пропорцїональная между цѣлою линеею AB и другою частїю AC, т. е. такїя:

AC:BC::BC:AB.

Рѣшенїе дѣлается слѣдующимъ образомъ: При одномъ изъ концовъ A воставь перпендикуляръ AD, равный половинѣ AB; точкою D, какъ центромъ, и AD, какъ радїусомъ, напиши окружность круга, сѣкущую на E прямую BD, кoя соединяетъ точки B и D. Наконецъ, перенеси BE отъ B до C; и линея AB будетъ раздѣлена въ крайнемъ и среднемъ содержанїи на точкѣ C.

Самымъ дѣломъ линея AB, будучи перпендикулярна къ AD, есть прикасающаяся (48); и понеже BF есть сѣкущая, будетъ (129) BF:AB:: AB:BE или BC: слѣдовательно (Ариѳ. 185) BF-AB:AB-BC:: AB:BC; но AB равна FE, понеже AB двукратна AD; слѣдовательно BF-AB равна BE или BC; а какъ AB-BC есть AC, можно сказать BC:AC:: AB:BC или (Ариѳ. 181) AC:BC:: BC:AB.

## О фигурахъ подобныхъ.

131. Двѣ фигуры тогоже числа сторонъ называются подобными, когда сходственные ихъ

углы равны и сходственныя стороны пропорціональны.

Двѣ фигуры ABCDE, abcde (ф. 72, 73) подобны, ежели уголъ A равенъ углу a; уголъ B равенъ углу b; уголъ C равенъ углу c; и такъ далѣе; и естьли въ тожъ время сторона AB содержитъ сторону ab столько, сколько BC содержитъ bc, и сколько CD содержитъ cd; и такъ далѣе.

Сіи два условія необходимы въ тожъ время въ фигурахъ имѣющихъ больше трехъ сторонъ. Въ однихъ только треугольникахъ довлѣетъ одно изъ сихъ условій, поелику необходимо влечетъ оно за собою и другое (109, 114).

132, Ежели изъ двухъ сходственныхъ угловъ A и a двухъ подобныхъ многоугольниковъ, проведутъ діагонали AC, AD, ac, ad къ другимъ угламъ, сіи два многоугольника будутъ раздѣлены на тоже число треугольниковъ подобныхъ каждый каждому.

Ибо уголъ B (по подлогу) равенъ углу b, и сторона AB : ab :: BC : bc: слѣдовательно треугольники ABC, abc, имѣющіе равные углы, содержимые въ сторонахъ пропорціональныхъ, суть подобны (113); по сему уголъ BCA равенъ углу bca и AC : ac :: BC : bc.

Ежели отъ равныхъ угловъ BCD, bcd будутъ отняты равные BCA, bca, остальные ACD, acd будутъ равны. А какъ BC : bc : CD : cd; по сему, поелику доказано, что BC : bc :: AC : ac, будетъ CD : cd :: AC : ac; убо сіи два треугольника ACD, acd суть также подобны, понеже есть въ нихъ по равному углу, содержимому въ сторонахъ пропорціональныхъ. Подобнымъ образомъ докажемъ тоже и о треугольникахъ ADE и ade, и о другихъ треугольникахъ, кои бы послѣдовали, ежели бы сіи многоугольники имѣли большее число сторонъ.

133. Ежели два многоугольника ABCDE, abcde составлены изъ тогоже числа треугольниковъ подобныхъ, каждый каждому, и подобно разположенныхъ, будутъ они подобны.

Ибо углы B и E равны угламъ b и e, когда треугольники подобны; и по сей же причинѣ частные углы BCA, ACD, CDA, ADE равны частнымъ угламъ bca, acd, cda, ade; посему цѣлые BCD, CDE равны цѣлымъ bcd, cde, каждый каждому. Сверхъ сего подобïе треугольниковъ доставляетъ сïи равныя содержанïя, AB : ab : : BC : bc : : AC : ac : : CD : cd : : AD : ad : : DE : de : : AE : ae. Не бравъ изъ сихъ содержанiй какъ только содержанïя заключающïя въ себѣ стороны многоугольниковъ, будемъ имѣть AB : ab : : BC : bc : : CD : cd : : DE : de : : AE : ae. Слѣдовательно сïи многоугольники имѣютъ также и сходственныя стороны пропорцïональныя. По сему они и подобны.

И такъ, чтобы сдѣлать фигуру подобную данной ABCDE (ф. 72) и коя бы имѣла данную линею сходственную съ AB, положи сïю данную линею по AB отъ A до f: чрезъ точку f проведи fg параллельную къ BC, коя встрѣтится съ AC на g; чрезъ g проведи gh параллельную къ CD, коя встрѣтится съ AD на h; наконецъ чрезъ точку h проведи hi параллельную къ DE, чрезъ что получишь многоугольникъ къ afghi подобный многоугольнику ABCDE.

134. Обмѣры двухъ подобныхъ фигуръ суть между собою, какъ сходственныя стороны оныхъ, т. е. что сумма сторонъ фигуры ABCDE содержитъ въ себѣ сумму сторонъ фигуры abcde столько, сколько AB содержитъ въ себѣ сторону ab.

Ибо въ равныхъ содержанiяхъ AB : ab :: BC : bc :: CD : cd :: DE : de :: AE : ae сумма предъидущихъ (Ариѳ. 186) къ суммѣ послѣдующихъ, какъ одинъ изъ предъидущихъ къ своему послѣдующему :: AB : ab. И такъ ясно, что сiи суммы суть обмѣры двухъ фигуръ.

135. Ежели представимъ окружность ABCD EFGH (ф. 74) раздѣленною на столько равныхъ частей, сколько угодно, и проведши отъ центра J къ точкамъ дѣленiя радiусы JA, JB и пр. опишемъ другимъ радiусомъ ja окружность abcde fgh, сѣкущую радiусы на точкахъ a, b, c, d, и пр. явствуетъ, что ежели въ каждой окружности соединимъ точки дѣленiя хордами, составятся два многоугольника подобные; ибо треугольники ABJ, abj, и проч. подобны, понеже имѣютъ они при точкѣ J уголъ общiй, содержимый въ сторонахъ пропорцiональныхъ: ибо, когда JA равна JB, и ja равна jb, очевидно будетъ AJ : BJ :: aj : bj: что также доказывается и о прочихъ треугольникахъ. Отсюду и изъ того что было сказано (134), можно заключить, что обмѣръ ABCDEFGH къ обмѣру abcdfgh :: AB : ab, или (по причинѣ подобiя треугольниковъ ABJ, abj) :: AJ : aj. Какъ сiе подобiе не зависитъ отъ числа сторонъ сихъ двухъ многоугольниковъ, оно и тогда будетъ имѣть свою силу, когда число сторонъ каждаго увеличится до безконечности: и такъ въ семъ случаѣ удобно вообразить можно, что нѣтъ никакой разности между окружностiю и обмѣромъ вписаннаго многоугольника; почему и окружность ABCDEFGH къ окружности abcdefgh будетъ :: AJ : aj, т. е. какъ ихъ радiусы, слѣдовательно такъ же какъ ихъ и дiаметры.

136. И такъ заключимъ 1е, что можно смотрѣть на окружность круга, какъ на правильный многоугольникъ, имѣющiй безчисленное множество сторонъ.

2 с. Круги суть фигуры подобныя.

3 с. Окружности круговъ суть между собою, какъ ихъ радїусы или какъ ихъ дїаметры.

137. Вообще, ежели въ двухъ подобныхъ многоугольникахъ проведемъ двѣ линеи, равнонаклоненныя въ разсужденїи двухъ сходственныхъ сторонъ, и ограниченныя при точкахъ подобно положенныхъ въ отношенїи къ симъ сторонамъ, сїи линеи, кои называются линеями сходственными, будутъ между собою въ содержанїи двухъ которыхъ нибудь сходственныхъ сторонъ. Ибо какъ скоро дѣлаютъ онѣ углы равные съ двумя сходственными сторонами, сдѣлаютъ онѣ также углы равные и съ другими которыминибудь сходственными сторонами, понеже углы двухъ подобныхъ многоугольниковъ равны каждый каждому; и такъ, ежели бы въ семъ случаѣ онѣ не были въ томъ же содержанїи съ двумя сходственными сторонами, ощутительно, что точки, при коихъ онѣ ограничиваются, не могли бы быть подобно положенными, какъ онѣ полагаются.

138. На сихъ то началахъ, кои мы положили для подобныхъ фигуръ, основывается по большей части наука снятїя плановъ. Говоримъ по большей части по тому, что, когда пространство, съ коего потребно снять планъ, есть очень обширнаго протяженїя, какъ Европа, Россїя и проч. наука для опредѣленїя главныхъ ихъ точекъ зависитъ отъ другихъ познанїй, о коихъ говорить не есть еще здѣсь приличное мѣсто. Но что касается до подробностей какойлибо земли, берега или рейда и проч. можно ихъ опредѣлить и потомъ представить на планѣ слѣдующимъ образомъ: Замѣтимъ напередъ, мы полагаемъ здѣсь, что всѣ углы, кои потребно будетъ измѣрить, находятся на той же горизонтальной плоскости,

или близко того. Ежелибъ они не были, должно бы прежде дѣланія плана привести ихъ на оный; для сдѣланія чего покажемъ средства въ Тригонометріи.

Положимъ же, что A, B, C, D, E, F, G, H, J, K (Ф. 75) суть многіе примѣчанія достойные предметы, коихъ желаемъ представить взаимныя положенія въ отношеніи одинъ къ другому на планѣ.

Набросай на бумагѣ сіи предметы какъ нибудь, въ положеніяхъ, какъ они представляются глазу; для сдѣланія сего, переходи въ разныя мѣста, въ коихъ будетъ нужда для легкаго свѣденія о всѣхъ сихъ предметахъ. Сей первый рисунокъ, называемый накидка, послужитъ къ назначенію разныхъ измѣреній, кои будешь брать въ продолженіи дѣйствія.

Измѣрь основаніе AB, коего длина не была бы меньше десятой или девятой части разстоянія двухъ предметовъ самодальнѣйшихъ, сколько видѣть можно отъ концовъ основанія, и кое бы въ тоже время было такое, чтобъ отъ сихъ самыхъ концовъ можно было усмотрѣть сколько возможно бóльшее число предметовъ; потомъ инструментомъ свойственнымъ измѣрять углы, на примѣръ графометромъ, измѣрь при точкѣ A углы EAB, FAB, GAB, CAB, DAB, дѣлаемые съ линеею AB, линеями умственно проведенными отъ сей точки ко предметамъ E, F, G, C, D, кои можно усмотрѣть отъ концовъ основанія A и B. Также измѣрь при точкѣ B углы EBA, FBA, GBA, CBA, DBA, дѣлаемые при сей точкѣ съ линеею AB, линеями умственно проведенными отъ сей самой точки B къ тѣмъ же самымъ предметамъ. Естьли находятся предмѣты, какъ H, J, кои не можно было видѣть отъ концовъ A и B, перейди на другія два мѣста ужè примѣ-

ченныя E и F, и отъ коихъ бы можно было видѣть точки H, J; тогда EF, взявъ за основанїе, измѣрь углы HEF, JEF, HFE, JFE, дѣлаемые съ симъ новымъ основанїемъ, линеями умственно проведенными къ двумъ предметамъ H и J; наконецъ, естьли находится еще какой другой предметъ, какъ K, который не можно было видѣть ни отъ концовъ AB, ни отъ концовъ EF, возьми еще за основанїе какуюнибудь другую линею, какъ FG, соединяющую двѣ замѣченныя точки, измѣрь также углы при ея концахъ KFG, KGF.

По отправленїи всѣхъ сихъ дѣйствїй опредѣливъ и сочинивъ мачтабъ плана, который намѣреваешься сдѣлать, проведи на семъ планѣ линею ab, и положи по ней столько частей мачтаба, сколько сыскано саженъ или футъ въ AB, смотря чѣмъ измѣрялъ, саженями или футами. Потомъ при точкѣ a сдѣлай помощїю транспортира уголъ bae столь же многихъ градусовъ и минутъ, сколько нашелъ для BAE; а при точкѣ b уголъ eba тѣхъ же градусовъ и минутъ съ угломъ EBA; двѣ линеи ae, be, кои составятъ сїи углы съ ab, встрѣтятся на точкѣ e, коя изобразитъ на планѣ положенїе предмета E на земли; ибо по сему сочиненїю треугольникъ abe будетъ подобенъ треугольнику ABE; понеже сдѣланы два угла перьваго равные двумъ угламъ другаго (110). Поступай точно такъ же для опредѣленїя точекъ f, g, d, c, кои должны изобразить точки или предметы F, G, D, C. Потомъ, дабы назначить точки h, i и k, проведи линеи ef и fg; на кои смотри какъ на основанїя, и опредѣли положенїе точекъ h и j въ разсужденїи ef и точки k въ разсужденїи fg точно такъ же, какъ опредѣлилъ ты другїя точки въ разсужденїи ab. Должно однако примѣтить, чтобы всѣ линеи,

кои проведешь въ сихъ разныхъ дѣйствїяхъ, были назначены только карандашемъ, понеже онѣ ни къ чему другому не служатъ, какъ только для опредѣленїя точекъ c, d, e, и проч. Когда же онѣ одинъ разъ найдены, все остальное вычищается.

Нѣтъ мнѣ нужды доказывать подробно, что точки c, d, e, f, g, h, j, k помѣщены между собою въ томъ же положенїи, какъ и предметы C, D, E, F, G, и проч. между собою; довлѣетъ примѣтить, что точки c, d, e, f, g (по сочиненїю) помѣщены въ разсужденїи ab, какъ и точки C, D, F, G въ разсужденїи AB, понеже треугольники cab, dab, eab и проч. сдѣланы были подобными треугольникамъ CAB, DAB, EAB и проч. и расположены тѣмъ же порядкомъ. И такъ трудность, естьли есть какая, не можетъ быть какъ только въ точкахъ h, j, k; а какъ по сочиненїю точки h, i помѣщены въ разсужденїи ef, какъ точки H, J въ разсужденїи EF; по сему, когда сїи двѣ послѣднїя линеи помѣщены тѣмъ же порядкомъ въ разсужденїи линей ab и AB, точки h, i будутъ также помѣщены въ разсужденїи ab тѣмъ же порядкомъ, какъ H и J въ разсужденїи AB. И такъ взаимныя разстоянїя точекъ a, e, f, g, и проч. смѣренныя по мачтабу плана, покажутъ разстоянїя предмѣтовъ A, E, F, G и проч.

Довольно видимъ, не имѣя нужды больше настоять въ убѣжденїяхъ, что сїе самое средство можетъ послужить какъ для повѣрки точекъ, которыя подозрѣваешь сумнительными на какойлибо картѣ, такъ и для назначенїя нѣкоторыхъ опущенныхъ.

Можно также употреблять и компасъ для опредѣленїя положенїя предметовъ E, F, G и проч. который довольно часто и употребляютъ; но тогда примѣчаютъ при точкѣ A не углы EAB, FAB; но углы, кои линеи AE, AF, и проч.

и основаніе АВ дѣлаютъ съ направленіемъ намагниченной стрѣлки; тоже дѣлаютъ и при точкѣ В. И дабы назначить предметы на картѣ, проводятъ чрезъ точку а линею представляющую направленіе намагниченной стрѣлки, и проводятъ линеи аb, ае, аf и проч. такъ, чтобъ онѣ дѣлали съ нею углы замѣченные при точкѣ А; опредѣливъ потомъ величину, кою намѣреваются дать линеи аb, поступаютъ такимъ же образомъ и въ разсужденіи точки b, какъ поступили въ разсужденіи точки а. Что касается до точекъ Н и J, кои не были видны отъ А и В, опредѣляютъ ихъ въ разсужденіи ЕF такъ же, какъ опредѣлили другія въ разсужденіи АВ; на конецъ назначаютъ сіи точки, точками h и i, опредѣляя ихъ въ разсужденіи еf такъ же какъ и другія точки е, f и проч. были опредѣлены въ разсужденіи аb.

Впрочемъ не надлежитъ, сколько возможно, снимать такимъ образомъ по компасу, какъ только малѣйшія подробности, на прим. извилины дороги, излучины рѣки и проч. Когда главныя точки ужѐ опредѣлены съ точностію, можно снимать сіи подробности съ не столь тщательнымъ вниманіемъ; понеже тогда у предметовъ, кои пеленгуютъ, и кои мало отстоятъ одинъ отъ другаго, погрѣшности могущія послѣдовать на углахъ, не могутъ быть великой важности.

Когда нѣкоторыя обстоятельства принудятъ назначить на картѣ ужѐ сочиненной, нѣкую новую точку, не нужно замѣчать оную отъ двухъ извѣстныхъ точекъ: часто опредѣляютъ ее напротивъ того, замѣчая отъ сей самой точки, другія двѣ извѣстныя. На пр. положимъ, что точка Н есть точка рейда, въ коей измѣряли глубину лотомъ, которую хотятъ назначить на картѣ: замѣтятъ отъ точки Н углы ЕНМ, FНМ, которые сдѣланы двумя линеями ЕН, FН (про-

стирающимися къ двумъ извѣстнымъ предмѣтамъ е, f), съ направленіемъ намагниченной стрѣлки lm; потомъ, дабы назначить точку н на картѣ, проведутъ въ сторонѣ (ф. 77) линею lm, означающую направленіе намагниченной стрѣлки, и при какойнибудь точкѣ n сея линеи, сдѣлаютъ углы onm, pnm равные угламъ енм, fнм; наконецъ чрезъ точку f проведутъ fh параллельную къ pn, а чрезъ точку е, линею еh параллельную къ no, сіи линеи встрѣтятся на искомой точкѣ h.

Сіе самое средство служитъ къ познанію мѣста, гдѣ находиться на морѣ въ виду двухъ земель. Наконецъ лилея вѣтровъ, коя назначена на морскихъ картахъ, снабжаетъ пособіями для сокращенія нѣкоторыхъ изъ сихъ дѣйствій. Мы не можемъ войти въ подробности сего, кои непосредственно принадлежатъ къ Лоціи. Довлѣетъ намъ показать начала, на коихъ основаны сіи различныя практическія дѣйствія.

При всемъ томъ, примѣтимъ сіе, что не должно опредѣлять глубину такимъ образомъ, какъ только тогда, когда обстоятельства иначе сдѣлать не позволяютъ. Ибо, сколь ни искусенъ бы кто былъ въ употребленіи пель-компаса, не можетъ отъ точки н на морѣ запеленговать предметы е и f съ такою точностію, на которую бы столько можно было положиться, какъ на пеленгованіе предмета н, который будетъ или шлюпка или буеръ, учиненное отъ точекъ е и f на берегу. Назначеніе глубинъ столь важно, что должно стараться всѣми силами употреблять средства, для опредѣленія ихъ, выгоднѣйшія для точности.

Находится еще другое средство для снятія плановъ, кое тѣмъ паче удобнѣе, что оно требуетъ не много пріуготовленія, и въ тожъ время, какъ замѣчаютъ разныя точки, коихъ положеніе

имѣть желаютъ, назначаютъ ихъ на планѣ, не потерявъ ихъ изъ виду. Инструментъ употребляемый для сего представленъ въ фигурѣ 78. ABCD есть дощечка, длиною отъ 15ти, до 16ти дюймовъ, и столько же почти шириною, поставленная на ножкѣ, какъ и графометръ. На сїю дощечку натягиваютъ листъ бумаги и прикрѣпляютъ ее рамочкою, коя окружаетъ дощечку. LM есть линейка, при концахъ коея находится по мишенькѣ.

Когда желаешь сдѣлать употребленїе сего инструмента, который называется угломѣрнымъ столикомъ, для снятїя плана или какоголибо поля: возьми am за основанїе, какъ въ прошедшихъ дѣйствїяхъ, и поставь ножку инструмента на a. Воткни шестъ въ m, положи на бумагу линейку LM, и направь такъ, чтобъ видѣнъ былъ шестъ m сквозь двѣ мишеньки. Тогда проведи подлѣ линейки линею EF, по которой положи столько мачтабныхъ частей плана, сколько найдется футъ между точкою E, отъ коей теперь примѣчаешь, и точкою f, отъ коей будешь примѣчать во второе постановленїе угломѣрнаго стола. Потомъ оборачивай линейку около точки E, пока не увидишь, смотря сквозь мишеньки, котораго нибудь изъ предметовъ J, H, G; и какъ скоро усмотрѣлъ одинъ, проведи подлѣ линейки неопредѣленную линею. Такимъ образомъ пробѣжавъ всѣ предметы, кои можно видѣть, когда пришелъ на a, перенеси инструментъ на m, оставя шестъ на a. Тогда при точкѣ f дѣлай тѣже дѣйствїя надъ предметами J, H, G, кои сдѣлалъ на перьвомъ мѣстѣ. Линеи fi, fh, fg, кои въ семъ второмъ случаѣ простираются хотя умственно къ симъ предметамъ, встрѣчаются съ перьвыми на точкахъ g, h, i, кои суть изображенїе предметовъ G, H, J.

На той же еще теоріи подобныхъ фигуръ основывается способъ полагать на карту путь корабля, который онъ сдѣлалъ во время своего плаванія, или во время части онаго.

Положимъ, что корабль, отправившись отъ извѣстнаго мѣста, проплывъ 28 лигъ на зюйдъ-остъ, потомъ 20 лигъ на зюйдъ, и наконецъ 26 лигъ на зюйдъ-вестъ, желательно опредѣлить на картѣ путь, коимъ онъ плылъ, и мѣсто пришествія.

Тотчасъ ищутъ на картѣ точку его отшествія; положимъ, что оное есть точка d (ф. 79). Подобнымъ образомъ ищутъ между двумя раздѣленіями линеи вѣтровъ, назначенной на картѣ, которая линея простирается на зюйдъ-остъ; положимъ, что она здѣсь линея CF; отъ точки d проводятъ линею dc параллельную къ CF, и полагаютъ по dc столько мачтабныхъ частей карты, сколько лигъ проплыто на зюйдъ-остъ. Отъ точки c проводятъ также линею cb параллельную къ CE, коя идетъ къ зюйду; и по cb полагаютъ столько частей мачтабныхъ, сколько проплыто лигъ на зюйдъ. Наконецъ отъ точки b проводятъ ba параллельную къ CD, идущей на зюйдъ-вестъ; и когда положишь по ba столько мачтабныхъ частей, сколько проплыто лигъ на зюйдъ-вестъ; точка a будетъ точка пришествія, а назначеніе dcba представитъ путь переплытый кораблемъ. Самою вещію линеи dc, cb, ba, дѣлаютъ между собою тѣже углы, кои сдѣлали между собою одинъ за другимъ разныя части пути корабля; и сверьхъ сего части cd, cb, ba имѣютъ между собою тѣже содержанія, что и разстоянія переплытыя кораблемъ; по сему фигура dcba есть (131) совершенно подобна пути, коимъ корабль плылъ. Наконецъ точка d назначена на картѣ, какъ и точка отшествія въ раз-

сужденіи земли*; и посему дсъа не только подобна пути корабля, но еще и положена въ разсужденіи разныхъ точекъ карты, какъ путь корабля былъ въ разсужденіи разныхъ точекъ земли.

# ОТДѢЛЪ ВТОРЫЙ.

## О поверхностяхъ.

139. Достигли мы теперь до втораго изъ тѣхъ трехъ родовъ протяженій, кои мы ужѐ различили, то есть до протяженія въ длину и ширину.

Въ семъ отдѣлѣ будемъ разсуждать о плоскостяхъ или о поверхностяхъ плоскихъ; и то только о фигурахъ прямолинейныхъ и о кругѣ.

Мѣра поверхностей зависитъ отъ треугольниковъ или четыреугольниковъ.

Четыресторонныя фигуры раздѣляются на просто называемые четыреугольники, на трапезіи и на параллелограммы.

Фигура о четырехъ сторонахъ, кою называютъ просто четыреугольникъ, есть та, между сторонами коея нѣтъ ни одной такой, которая бы была параллельна къ другой. См. фиг. 80.

---

* Сіе выраженіе безъ сомнѣнія не во всей строгости точно; но здѣсь не мѣсто утвердить совершенный его смыслъ. Точки карты, а особливо меркаторской, не имѣютъ того же положенія между собою, какое точки земли, кои онѣ представляютъ; но довольно здѣсь, чтобъ онѣ имѣли тоже употребленіе. Мы въ другомъ мѣстѣ возвратимся къ сему предмету.

Трапезій есть фигура четыресторонная, коея двѣ только стороны параллельны. (ф. 81).

Параллелограммъ есть четыреугольникъ, имѣющій сопротивныя стороны параллельныя (ф. 82, 83, 84, 85, 86, 86*). Параллелограммовъ находится четыре рода, а именно: ромбоидъ, ромбъ, прямоугольникъ и квадратъ.

Ромбоидъ есть параллелограммъ, коего смѣжныя стороны и углы не равны. (ф. 82).

Ромбъ есть также параллелограмъ, у коего всѣ стороны равны, а углы не равные (фиг. 83).

Прямоугольникъ есть тотъ, у коего всѣ углы равны, а смѣжныя стороны не равныя (фиг. 84).

Квадратъ есть тотъ, коего стороны и углы равны (ф. 85).

Когда углы четыреугольника равны, необходимо они прямые, потому что четыре угла всякаго четыреугольника вмѣстѣ равны четыремъ прямымъ угламъ (86).

Перпендикуляръ EF (ф. 82), проведенный между сопротивными сторонами параллелограмма, называется высотою сего параллелограмма; а сторона BC, на кою падаетъ сія перпендикулярная, называется основаніемъ.

Высота треугольника ABC, (ф. 87, 88 и 89) есть перпендикуляръ AD, опущенный изъ одного угла A сего треугольника на сопротивную ему сторону BC, продолженную естьли потребно; и сія сторона называется тогда его основаніемъ.

140. Всякой прямолинейной треугольникъ ABC (ф. 89) есть половина параллелограмма, тогоже съ нимъ основанія и тойже высоты.

Ибо всегда можно провести отъ вершины угла C линею CE параллельную къ сторонѣ BA, и отъ вершины угла A линею AE параллельную

къ сторонѣ BC, кои со сторонами AB, BC составляютъ параллелограммъ ABCE тогоже основанія и тойже высоты съ треугольникомъ ABC; съ симъ подлогомъ легко видѣть можно, что два треугольника ABC, CEA суть равны; ибо сторона AC у нихъ общая; сверьхъ сего углы BAC, ACE равны, поелику AB параллельна къ CE (38); и для тойже причины углы BCA и CAE равны. Когда же два треугольника имѣютъ прилежащую сторону къ двумъ угламъ равнымъ единъ по единому туже, то они равны; по сему треугольникъ ABC есть половина параллелограмма ABCE.

141. Параллелограммы ABCD, EBCF (ф. 86 и 86*) тогоже основанія и тойже высоты суть площадью равны.

Сіи два параллелограмма ABCD, EBCF (ф. 86) имѣютъ общую часть EBCD; и такъ равенство ихъ зависитъ только отъ равенства треугольниковъ ABE, DCF; и сіе легко доказать, что сіи два треугольника равны: ибо AB равна CD, поелику сіи параллельныя линеи заключаются между параллельными (82); по той же причинѣ и BE равна CF, сверьхъ сего (43) уголъ ABE равенъ углу DCF. Когда же два треугольника имѣютъ по равному углу содержимому между равными сторонами едина по единой, то они равны; по сему и параллелограммъ ABCD равенъ параллелограмму EBCF.

На фигурѣ 86* можно доказать такимъ же образомъ, что два треугольника ABE, CDF суть равны; по чему, когда отъ каждаго изъ оныхъ отъимемъ треугольникъ DJE, остальные два трапезія ABJD, EJCF будутъ равны. Наконецъ когда придадимъ къ каждому изъ сихъ трапезій треугольникъ BJC, параллелограммъ ABCD и параллелограммъ EBCF, кои отъ сего произойдутъ, будутъ равны.

142. Слѣдственно можно также сказать, что треугольники тогоже основанія и тойже высоты, или равныхъ основаній и равныхъ высотъ, суть равны: поелику они суть половины параллелограммовъ, тогоже основанія и той же высоты съ ними (140).

143. Изъ сего послѣдняго предложенія можно заключить, что всякой многоугольникъ можетъ обращенъ быть въ треугольникъ равный ему площадью. Напримѣръ, пусть будетъ ABCDE (ф. 91) пятиугольникъ; ежели проведемъ діагональ EC, соединяющую концы двухъ смѣжныхъ сторонъ ED, DC; и чрезъ точку D, проведши DF параллельную къ EC, и встрѣчающуюся съ AE продолженною на точкѣ F, проведемъ CF, будемъ имѣть четыреугольникъ ABCF равный площадью пятиугольнику ABCDE: ибо два треугольника ECD, ECF имѣютъ общее основаніе EC; сверьхъ сего заключаются между тѣми же параллельными EC, DF; по сему будутъ тойже высоты, слѣдовательно и равны; и такъ ежели приложимъ къ каждому изъ нихъ четыреугольникъ EABC, пятиугольникъ ABCDE будетъ равенъ четыреугольнику ABCF.

И такъ подобнымъ же образомъ, какъ пятиугольникъ обратили въ четыреугольникъ, обратимъ и четыреугольникъ въ треугольникъ, слѣдовательно и проч.

## О мѣрѣ поверхностей.

144. Измѣрять поверхность называется, опредѣлить сколько разъ сія поверхность содержитъ въ себѣ другую извѣстную поверхность.

Употребляемыя мѣры суть обыкновенно квадраты, иногда также бываютъ и прямоугольные параллелограммы. И такъ измѣрять поверхность

ABCD (ф. 90) значитъ, опредѣлить сколько она содержитъ въ себѣ такихъ квадратовъ, какъ abcd, или прямоугольниковъ, какъ abcd; ежели сторона ab квадрата abcd есть футовая, то значитъ опредѣлить, сколько поверхность ABCD содержитъ въ себѣ квадратныхъ футовъ; ежели сторона ab прямоугольника abcd есть футовая, а сторона bc трехъ-футовая, значитъ опредѣлить сколько разъ поверхность ABCD содержитъ въ себѣ прямоугольникъ, коего длина 3 фута, а ширина футъ.

Дабы измѣрить поверхность прямоугольника ABCD квадратами, должно сыскать сколько разъ сторона AB содержитъ въ себѣ сторону ab квадрата abcd, который долженъ служить единицею, или мѣрою; также сыскать, сколько разъ сторона BC содержитъ въ себѣ ab, и потомъ, умноживъ сіи числа одно на другое, будемъ имѣть число квадратовъ такихъ, какъ abcd, кое поверхность ABCD помѣстить въ себѣ можетъ. Напримѣръ: ежели AB содержитъ въ себѣ ab четыре раза, а BC ту же ab семь разъ, умножаю 7 на 4, и произведеніе 28 означаетъ, что прямоугольникъ ABCD содержитъ въ себѣ 28 такихъ квадратовъ, какъ abcd.

Ибо, ежели чрезъ точки дѣленія E, F, G проведемъ параллельныя къ BC, будемъ имѣть четыре равные прямоугольника, изъ коихъ каждой можетъ содержать въ себѣ столько квадратовъ такихъ, какъ abcd, сколько частей въ сторонѣ BC, равныхъ ab; слѣдовательно должно взять столько разъ квадраты, содержимые въ одномъ изъ сихъ прямоугольниковъ, сколько прямоугольниковъ, то есть столько разъ, сколько сторона AB содержитъ въ себѣ ab; и какъ число квадратовъ содержимыхъ въ каждомъ прямоугольникѣ есть тоже, что и число частей въ BC, по сему яв-

ствуетъ, что, когда умножимъ число частей вс на число равныхъ частей прямыя ав, получимъ число такихъ квадратовъ, какъ abcd, кое прямоугольникъ авсd содержать въ себѣ можетъ.

Хотя мы и положили въ предложенномъ нами теперь разсужденiи, что стороны ав и вс содержатъ въ себѣ мѣру ab точно нѣсколько разъ, однако оно не меньше принадлежитъ и къ случаю, въ коемъ мѣра ab не будетъ содержима точно. На примѣръ: ежели бы вс содержала въ себѣ только 6 мѣръ и $\frac{1}{2}$, каждой прямоугольникъ содержалъ бы въ себѣ только 6 квадратовъ и $\frac{1}{2}$; и ежели бы сторона ав содержала въ себѣ только 3 мѣры и $\frac{1}{3}$, тогда было бы только три прямоугольника и $\frac{1}{3}$, каждой о шести квадратахъ и $\frac{1}{2}$; по сему надлежало бы умножить 6 $\frac{1}{2}$ на 3 $\frac{2}{3}$, то есть число мѣръ вс на число мѣръ ав.

145. Понеже (141) прямоугольный параллелограммъ авсd (ф. 86. 86*) равенъ параллелограмму евсf тогоже съ нимъ основанiя и тойже высоты, по сему слѣдуетъ, что, дабы найти площадь онаго, должно умножить число частей его основанiя вс, на число частей его высоты ав; почему можно сказать вообще.....

Дабы сыскать число квадратныхъ мѣръ, содержимыхъ въ площади какоголибо параллелограмма авсd (ф. 82), должно измѣрить основанiе вс, и высоту еf тоюже мѣрою, и умножить число мѣръ основанiя, на число мѣръ высоты.

И по сему явствуетъ изъ сказаннаго (144), что, когда желаемъ узнать величину поверхности авсd (ф. 90), не иное должно намъ сдѣлать, какъ взять поверхность gвсн, или число квадратовъ въ ней содержимыхъ столько разъ, сколько ся сторона gв содержится въ сторонѣ ав; и такъ множимое есть самою вещiю поверхность,

а множитель есть число простое, кое показываетъ только, сколько разъ должно взять сїе множимое.

Однако очень обыкновенно говорятъ, что, дабы найти площадь параллелограмма, должно умножить основанїе его высотою; но надобно на сїе смотрѣть какъ на сокращенное выраженїе, въ коемъ подразумѣваютъ число квадратовъ соотвѣтствующихъ частямъ основанїя; и число частей высоты. Словомъ, не можно сказать, что мы умножаемъ линею линеею. Умножать, значитъ, взять нѣсколько разъ; такъ что, когда умножаютъ линею, никогда не можно получить ни чего кромѣ линеи; и когда умножаютъ поверхность, не выдетъ никогда другаго кромѣ поверхности. Поверхность не можетъ имѣть другихъ стихїй или началъ, кромѣ поверхностей; и хотя часто говорятъ, что на параллелограммъ ABCD (ф. 82) можно смотрѣть какъ на составленный изъ столь многихъ линей, равныхъ и параллельныхъ BC, сколько находится точекъ въ высотѣ EF; однако должно подразумѣвать, что сїи линеи имѣютъ безпредѣльно малую ширину (ибо многїя линеи безъ ширины не составятъ поверхности); и тогда каждая изъ сихъ линей есть поверхность, коя, будучи взята столько разъ, сколько ея высота находится въ высотѣ AE, даетъ поверхность ABCD.

Не смотря на сїе мы примемъ сїе выраженїе: умножать линею линеею; но недолжно терять изъ виду, что сїе есть только сокращенный образъ рѣчи. И такъ будемъ говорить, что произведенїе двухъ линей изображаетъ площадь; хотя въ самой вещи долженствовали бы сказать: число частей одной линеи умноженное числомъ частей другой, изображаетъ число квадратныхъ частей, содержимыхъ въ параллелограммѣ, имѣ-

ющемъ одну изъ сихъ линей высотою, а другую основанїемъ.

Для назначенїя площади параллелограмма ABCD (ф. 82), будемъ писать CB×EF; въ фигурѣ 84, напишемъ BA×BC; а въ 85, въ коей двѣ стороны AB и BC равны, вмѣсто AB×BC или AB×AB, будемъ писать $AB^2$; такъ что $AB^2$ будетъ значить линею AB умноженную саму на себя, или площадь квадрата сдѣланнаго на AB. Также, дабы изобразить, что линея AB возведена до куба, будемъ писать $AB^3$, что тужѐ силу имѣть будетъ, какъ AB×AB×AB или $AB^2$×AB.

146. Изъ сказаннаго теперь нами слѣдуетъ, что дабы имѣть два параллелограмма, равные площадью, довлѣетъ, ежели произведенїе основанїя на высоту одного, будетъ равно произведенїю основанїя на высоту другаго. По сему, когда два параллелограмма равны площадью, основанїя ихъ суть возвратно пропорцїональны ихъ высотамъ, т. е. что на основанїе и высоту одного можно смотрѣть какъ на крайнїе члены пропорцїи, коей основанїе и высота другаго составятъ среднїе; ибо смотря на нихъ такимъ образомъ, произведенїе крайнихъ равно произведенїю среднихъ; и такъ въ семъ случаѣ необходимо есть пропорцїя (Ариѳ. 180).

Впрочемъ истинну сїю можно видѣть безпосредственно: когда вникнемъ, что ежели основанїе одного меньше, на примѣръ, основанїя другаго, должно, чтобъ высота перьваго была соразмѣрно больше, дабы сдѣлать тоже произведенїе.

147. Понеже треугольникъ есть половина параллелограмма тогоже основанїя и тойже высоты (140), слѣдуетъ изъ теперь сказаннаго въ (145), что, дабы сыскать площадь треугольника, должно умножить основанїе высотою, и взять половину сего произведенїя.

И такъ, ежели высота AD (ф. 87) есть 34 хъ футъ, а основанїе BC 52 хъ, площадь будетъ содержать въ себѣ 884 квадратныхъ футъ, что и есть половина произведенїя 52 хъ на 34.

Безполезно, думаю, утверждать доводами, что произведенїе всегда будетъ тоже, когда основанїе умножимъ половиною высоты, или высоту половиною основанїя.

148. По сему, 1 е: Дабы сыскать площадь трапезїя, должно сложить двѣ параллельныя линеи, взять половину оной суммы, и умножить перпендикуляромъ проведеннымъ между сими двумя параллельными. Ибо, ежели проведешь дїагональ BD (ф. 81), будутъ два треугольника ABD, BDC, коихъ общая высота есть EF. Для сыеканїя площади треугольника ABD должно умножить половину AD линеею EF; а для сысканїя площади треугольника BDC должно умножить половину BC тоюже EF; слѣдовательно площадь трапезїя равна половинѣ AD, умноженной на EF вмѣстѣ съ половиною BC, умноженной на EF, т. е. половинѣ суммы AD съ BC умноженной на EF.

Ежели отъ средины G линеи AB проведешь GH параллельную къ BC, сїя линея GH будетъ половина суммы двухъ линей AD и BC. Ибо, пусть будетъ J точка, на коей GH пересѣкаетъ дїагональ BD, подобные треугольники BAD, BGJ, по причинѣ параллельныхъ AD и GJ, даютъ знать (109), что GJ половина AD, понеже BG половина AB. И такъ, когда GH параллельна къ BC и AD; DC по (102) разсѣчена также какъ и AB; и по сему такимъ же образомъ докажемъ, что JH есть половина BC, взявъ въ разсужденїе подобные треугольники BDC и JDH.

Слѣдовательно, въ силу сказаннаго выше, можно сказать, что площадь трапезїя ABCD,

равна произведенію высоты KF на линею GH, проведенную въ равныхъ разстояніяхъ отъ двухъ сопротивныхъ основаній.

149. 2 e. Дабы найти площадь какого нибудь многоугольника, должно раздѣлить его на треугольники линеями проведенными отъ тойже точки ко всякому изъ его угловъ, и раздѣльно вычислить площадь каждаго изъ сихъ треугольниковъ; сложивъ всѣ сіи площади, получишь всю площадь многоугольника. Но дабы, сколь возможно, имѣть меньшее число треугольниковъ, приличнѣе будетъ проводить всѣ сіи линеи отъ одного изъ угловъ; смотри фигуру 92.

150. Ежели многоугольникъ будетъ правильной (ф. 53): какъ всѣ его стороны, и всѣ перпендикуляры, опущенные изъ центра, суть также равны; то представя, что онъ составленъ изъ треугольниковъ имѣющихъ вершины свои при центрѣ, площадь его найдешь, когда одну изъ его сторонъ умножишь половиною перпендикуряра, и произведеніе сіе числомъ сторонъ; или, что все тоже, когда обмѣръ многоугольника умножишь половиною перпендикуляра.

151. Понеже можно смотрѣть (136) на кругъ, какъ на правильной многоугольникъ безчисленнаго множества сторонъ, по сему должно заключить, что, дабы найти площадь круга, должно окружность его умножить половиною радіуса.

Ибо перпендикуляръ проведенный на одну изъ его сторонъ не различествуетъ отъ радіуса, когда число сторонъ безконечное.

152. Поелику окружности круговъ суть между собою какъ радіусы или діаметры оныхъ (136), очевидно, что, ежели бы знали окружность круга, у коего діаметръ извѣстенъ, легко бы можно было опредѣлить окружность всякаго другаго

круга, коего дїаметрЪ извѢстенЪ; понеже дѢло бы состояло только вЪ томЪ, что бы сыскать четвертую пропорцїональную сея пропорцїи: дїаметрЪ извѢстной окружности, кЪ сей самой окружности такЪ, какЪ дїаметрЪ искомой окружности, кЪ оной второй окружности.

Содержанїе дїаметра кЪ окружности вЪ точности намЪ не извѢстно, но имѢемЪ сравненїе оныхЪ столь близкое, что на точнѢйшее можно смотрѢть какЪ на со всемЪ безполезное вЪ практикѢ.

АрхимедЪ нашелЪ, что кругЪ, коего дїаметрЪ 7 футЪ, будетЪ имѢть окружность близко 22 футЪ. И такЪ, естьли спросятЪ, какая будетЪ окружность круга, коего дїаметрЪ 20 футЪ, должно сыскать (Арио. 179) четвертый членЪ пропорцїи, коея три первые суть 7 : 22 : : 20. Сей четвертый членЪ, который будетЪ $62\frac{6}{7}$, есть почти долгота окружности круга, коего дїаметрЪ 20 футЪ. Я говорю почти; ибо должно, что бы кругЪ имѢлЪ не менѢе 800 футЪ вЪ дїаметрѢ, дабы вЪ опредѢленной окружности по содержанїю 7 : 22 была ошибка на футЪ. ВЪ прочемЪ употребляя содержанїе 7 : 22, можно и не дѢлать пропорцїи: довлѢетЪ утроить дїаметрЪ и кЪ произведенїю прибавить седьмую часть сего самаго дїаметра; потому что $3\frac{1}{7}$ есть число разЪ, сколько 22 содержитЪ вЪ себѢ 7.

АдрїанЪ Мецїй сообщилЪ намЪ гораздо ближайшее содержанїе; оно есть 113 : 355. Сїе содержанїе таково, что должно дїаметру круга быть 1,000,000 футЪ по крайней мѢрѢ, дабы при упо-

требленіи сего содержанія, погрѣшность въ окружности была на футъ *.

На конецъ естьли потребно имѣть окружность въ большей точности, употребляй содержаніе 1 цы къ 3, 14159265358979З2, кое уже очень преходитъ границы нуждъ обыкновенныхъ, и въ коемъ всегда можемъ убавить больше или меньше цифръ съ правой руки, смотря, великая, или малая настоитъ нужда въ точности. И какъ сего содержанія первый членъ 1 ца, оно и очень удобно для сысканія окружности предложеннаго круга, понеже должно только умножить число 3, 14159 26 и проч. діаметромъ сего даннаго круга.

Теперь очень уже легко сыскать площадь даннаго круга, по крайней мѣрѣ столь точно, сколь величайшія нужды въ практикѣ потребовать могутъ.

Естьли спросятъ, сколько квадратныхъ футъ въ площади круга, коего діаметръ 20 футъ, вычисляю его окружность, какъ выше показано, и нашедъ, что она $62\frac{6}{7}$ футъ, умножаю оныя $62\frac{6}{7}$ на 5 футъ, кои суть половина радіуса (151), и нахожу $314\frac{2}{7}$ квадратныхъ футъ въ площади сего круга.

153. Секторомъ круга называютъ поверхность, содержимую между двумя радіусами JA, JB, (ф. 74) и дугою AVB.

А сегментомъ или отсѣкомъ, поверхность, содержимую въ дугѣ AVB и ея хордѣ AB.

Понеже на кругъ можно смотрѣть, какъ на правильной многоугольникъ безчисленнаго множе-

* Дабы легче упомнить сіе содержаніе, должно примѣтить, что, первыя три нечотныя числа 1, 3, 5, его составляющія, написаны по два по порядку такъ, что, когда раздѣлишь по поламъ оныя, будетъ сіе самое содержаніе, а именно: 113 : 355.

ства сторонъ, слѣдовательно и на секторъ круга можно также смотрѣть, какъ на часть правильнаго многоугольника, и на площадь его, какъ на составленную изъ безчисленнаго множества треугольниковъ, имѣющихъ всѣ свои вершины при центрѣ, а высотою радїусъ. По сему, дабы найти площадь сектора круга, должно умножить дугу, служащую ему основанїемъ половиною радїуса.

Что касается до сегмента или отсѣка, очень видно, что, для сысканїя его площади, должно отнять площадь треугольника JAB отъ площади сектора JAVB.

Явствуетъ, что въ томъ же кругѣ долготы дугъ пропорцїональны числамъ ихъ градусовъ; и по сему, когда извѣстна длина окружности, можемъ опредѣлить и длину дуги, какихъ бы градусовъ она ни была, сдѣлавъ сїю пропорцїю: 360°, суть къ числу градусовъ дуги, коея ищемъ долготу, такъ какъ длина окружности, къ длинѣ сей самой дуги.

Естьли потребно сыскать площадь сектора, коего извѣстно число градусовъ и радїусъ, найди по пропорцїи, лишь теперь предложенной, долготу дуги, коя есть основанїе сего сектора, и потомъ умножь оную на половину радїуса. На пр: когда спросятъ площадь сектора 32°, 40′, въ кругѣ коего дїаметръ 20 футъ, найдешь, какъ показано выше (151), что окружность круга есть $62\frac{6}{7}$ футъ; потомъ сыщи къ тремъ числамъ четвертое пропорцїональное, кои суть: 360°: 32°. 40′ :: $62\frac{6}{7}$; сей четвертый членъ, который найдется $5\frac{19}{27}$, будетъ долгота дуги 32°, 40′, кою умноживъ 5ю, половиною радїуса, получишь $28\frac{14}{27}$ для площади сектора 32°, 40′.

Послѣ сего легко уже сыскать площадь сегмента, когда опредѣлишь (ф. 74) сторону AB и

высоту JZ треугольника JAB дѣйствїемъ, основаннымъ на тѣхъ же началахъ, кои показаны въ (121); но Тригонометрїя, кою въ послѣдованїи увидимъ, покажетъ намъ средства гораздо кратчайшїя и ближайшїя къ точности.

154. Хотя сказанное нами (149) и достаточно для измѣренїя всякихъ прямолинейныхъ фигуръ, однако не непристойно предложить здѣсь другое средство, простѣйшее для практики. Оно состоитъ въ слѣдующемъ: (ф. 93) проведи линею AG, и изъ каждаго изъ угловъ опусти къ оной AG перпендикуляры BM, LC, DK, EJ, FH; смѣряй каждую изъ сихъ линей, также и разстоянїя AN, NO, OP, PQ, QR, RG; тогда оная фигура будетъ раздѣлена на многїя части, изъ коихъ крайнїя только треугольники, а прочїя трапезїи. Треугольниковъ площадь сыщешь, когда высоту умножишь половиною основанїя (147); чтожъ касается до трапезїй, ихъ площадь получишь, когда полсуммы двухъ параллельныхъ умножишь перпендикуляромъ между оными проведеннымъ (148).

Когда же фигура будетъ обведена кривою линеею, можно и оной сыскать площадь въ практикѣ съ довольною точностїю, раздѣливъ линею AT (ф. 94), проведенную по самому должайшему мѣсту фигуры, на столь многое число частей, чтобы дуги между сѣченїями AB, BC, CD и проч. можно было взять за прямыя линеи; и, дабы вычисленїе было сколь возможно простѣе, сдѣлай части AO, OP и проч. равныя между собою, тогда для сысканїя площади оныя, сложи всѣ линеи BN, CM, DL, EK, FJ и половину только послѣдней GH, естьли кривая линея окружающая фигуру, ограничена прямою GH, перпендикулярною къ AT; потомъ сумму оную умножь однимъ разстоянїемъ AO; произведенїе оное будетъ искомая площадь. Сїе непосредственно слѣдуетъ изъ сказаннаго въ

(148). Ибо, чтобы сыскать площадь фигуры ABN, должно AC умножить половиною BN; а для сысканія въ BCMN, должно умножить OP или AO половиною BN и CM; и для CDLM должно AO умножить половиною CM и DL; также и прочія: по сему, сложивъ сіи произведенія, увидишь, что AO будетъ умножена двумя половинами BN вмѣстѣ съ двумя половинами CM, вмѣстѣ съ двумя половинами DL, вмѣстѣ съ двумя половинами EK, вмѣстѣ съ двумя половинами FJ, вмѣстѣ наконецъ съ одною половиною HG; т. е. что AO должна быть умножена суммою линей BN, CM, DL, EK, FJ, вмѣстѣ съ половиною послѣднія.

Естьли бы потребно было найти площадь фигуры BNHG, ограниченной двумя линеями BN и GH: возьми только половину BN; а не цѣлую.

Правило показанное нами для измѣренія поверхностей плоскихъ, ограниченныхъ кривыми линеями, можетъ съ великою пользою приложено быть къ разнымъ изысканіямъ надлежащимъ до судовъ. Часто случается въ сихъ изысканіяхъ, что потребно бываетъ находить площадь горизонтальной плоскости судна; въ послѣдованіи будемъ имѣть случай показать сего употребленіе.

## О измѣреніи поверхностей саженями.

155. Чрезъ измѣреніе поверхностей саженями, разумѣемъ образъ дѣланія нужныхъ умноженій для вычисленія площадей, когда измѣрены ихъ протяженія саженями и частями сажени.

Въ вычисленіи площадей квадратными саженями, квадратными футами, квадратными дюймами, квадратными линеями, и проч: сажень квадратная содержитъ въ себѣ 49 квадратныхъ футъ, поелику она есть прямоугольникъ, у коего

7 футъ въ длину и 7 въ ширину. Квадратной футъ содержитъ 144 квадратныхъ дюймовъ, понеже онъ есть прямоугольникъ, у коего 12 дюймовъ въ длину и 12 въ ширину. По тойже причинѣ явствуетъ, что квадратной дюймъ содержитъ 144 квадратныхъ линей.

И такъ, дабы вычислить площадь въ квадратныхъ саженяхъ и квадратныхъ частяхъ квадратной сажени, должно только привести два ея протяженія, кои должно одно на другое умножить, въ нижшій сортъ (на прим. въ линеи, естьли самый нижшій сортъ есть линеи); приведенные умноживъ одно на другое, произведеніе обрати въ квадратные дюймы, потомъ въ квадратные футы, и наконецъ въ квадратныя сажени, раздѣляя одно за другимъ на 144, 144 и 49. На примѣръ, дабы найти площадь прямоугольника, у коего длина 2 саж. 3 ф, 5 д, а ширина ос, 4 ф, 6 д; сіи два протяженія привожу въ дюймы, и получаю 209 д, и 54 д; кои умноживъ, получаю 11286 квадратныхъ дюймовъ; что и пишется такъ: 11286 дд. Дабы обратить ихъ въ квадратные футы, раздѣляю оные на 144; и получаю 78 квадратныхъ футъ и 54 дд въ остаткѣ, т. е. 78 фф. 54 дд. Для приведенія 78 фф въ квадратныя сажени, раздѣляю на 49; получаю въ частномъ одну квадратную сажень или 1сс и 29 фф въ остаткѣ; такъ что искомая площадь есть 1сс. 29 фф. 54 дд.

Всякъ видитъ, что здѣсь нѣтъ новаго правила къ изученію для отправленія таковыхъ умноженій, кои очевидно тѣже съ показанными нами въ Ариѳметикѣ подъ именемъ умноженія чиселъ съ наименованіемъ. И такъ, чтобы не предлагать много примѣровъ, естьли меня спросятъ, какая будетъ площадь прямоугольника имѣющаго 36 с. 5 ф. 7 д. въ длинѣ и 48 с. 3 ф.

9 д въ ширинѣ, поступаю слѣдующимъ образомъ:
36 с×7 = 252 ф + 5 = 257 ф × 12 = 3084 д + 7 = 3091 д
28 ×7 = 196 + 3 = 199 × 12 = 2388 + 9 = 2397
3091 × 2397 = 7409127 дд, кои раздѣливъ прежде на 144, получимъ 51452 фф, и 39 въ остаткѣ; сїи квадратные футы раздѣля на 49, получимъ 1050 сс, и 2 фф. въ остаткѣ; такъ что искомая площадь будетъ 1050 сс. 2 фф. 39 дд *.

156. Понеже для сысканїя площади въ параллелограммѣ должно умножить число частей основанїя на число частей высоты; изъ сего слѣдуетъ (Ариѳ. 74), что, естьли извѣстна площадь и число частей высоты или основанїя, и естьли пожелаешь сыскать основанїе или высоту, должно раздѣлить число изображающее площадь, на число изображающее одно изъ двухъ протяженїй, кое будетъ извѣстно. Возьмемъ для объясненїя сего предъ симъ показанной примѣръ. Пусть дана будетъ площадь прямоугольника 1050 сс. 2 фф. 39 дд. а 28 с. 3 ф. 9 д. высота его: надлежитъ сыскать его основанїе. Поступаю, какъ слѣдуетъ:

1050 сс. 2 фф. 39 дд = 7409127 дд; а
28 с. 3 ф. 9 д = 2397; на сїе число раздѣляю первое и получаю въ частномъ 3091 д, кои, приведши въ сажени и футы, какъ показано было въ Ариѳметикѣ, нахожу, что основанїе его есть 36 с. 5 ф. 7 д.

## О сравненїи поверхностей.

157. Площади параллелограммовъ суть между собою вообще, какъ произведенїя основанїй на высоты.

---

* Можемъ сїи числа съ наименованїемъ умножать, не приводя ихъ въ нижшїй сортъ, чему всякъ изъ учащихъ при семъ случаѣ и примѣры показать можетъ.

То есть, что площадь одного параллелограмма содержитъ площадь другаго столько же, сколько произведенiе основанiя на высоту перваго содержитъ произведенiе основанiя на высоту втораго.

Сiе очевидно, понеже всякой параллелограммъ равенъ произведенiю основанiя на высоту.

Отсюду легко заключить, что, когда два параллелограмма имѣютъ туже высоту, они суть между собою, какъ ихъ основанiя; и что когда тогоже основанiя, суть между собою, какъ ихъ высоты. Ибо содержанiе произведенiй не перемѣнится, ежели оставленъ будетъ въ каждомъ сомножитель, который имъ есть общiй (Арие. 170).

158. Понеже треугольники суть (140) половины параллелограммовъ тогоже основанiя и тойже высоты, посему должно заключить, что и треугольники тойже высоты суть между собою, какъ ихъ основанiя; и треугольники тогоже основанiя суть между собою, какъ ихъ высоты.

159. Площади подобныхъ параллелограммовъ и треугольниковъ суть между собою, какъ квадраты ихъ сходственныхъ сторонъ.

Ибо площади двухъ параллелограммовъ ABCD и abcd (ф. 96 и 97), суть между собою (157), какъ произведенiя основанiй на ихъ высоты; т. е. что ABCD : abcd :: BC×AE : bc×ae. Но ежели параллелограммы ABCD, abcd суть подобны, и ежели AB и ab суть ихъ двѣ сходственныя стороны, треугольники AEB, aeb будутъ подобны, поелику сверхъ того, что углы E и e прямые, они должны имѣть еще уголъ B равный углу b; по сему будетъ (108) AE:ae :: AB:ab, или BC:bc по причинѣ подобныхъ параллелограммовъ; слѣдовательно въ произведенiяхъ по (99) BC×AE и bc×ae можно вставить содержанiе BC:bc вмѣсто AE:ae;

и тогда содержанiе сихъ произведенiй будетъ $\mathrm{BC}^2$: $\mathrm{bc}^2$; по сему $\mathrm{ABCD}:\mathrm{abcd}::\mathrm{BC}^2:\mathrm{bc}^2$; и какъ можно взять безъ разбору ту или другую сторону за основанiе, почему явствуетъ, что вообще площади подобныхъ параллелограммовъ суть между собою, какъ квадраты ихъ сходственныхъ сторонъ.

160. Въ разсужденiи подобныхъ треугольниковъ, очевидно, что они имѣютъ тоже свойство, понеже они суть половины параллелограммовъ тогоже съ ними основанiя и тойже высоты.

161. Вообще площади двухъ какихъ либо подобныхъ фигуръ суть между собою, какъ квадраты ихъ сходственныхъ сторонъ или сходственныхъ линей сихъ фигуръ.

Ибо на площади двухъ подобныхъ фигуръ всегда можно смотрѣть, какъ на составленныя изъ тогоже числа треугольниковъ подобныхъ каждый каждому; тогда площадь каждаго треугольника первой фигуры будетъ къ площади соотвѣтствующаго треугольника второй, какъ квадратъ стороны перваго, къ квадрату сходственной стороны втораго (160); по сему, поелику всѣ сходственныя ихъ стороны въ томъ же содержанiи, ихъ квадраты должны быть также всѣ въ томъ же содержанiи (Ариѳ. 19), будетъ и каждый треугольникъ перваго многоугольника, къ соотвѣтствующему треугольнику втораго, какъ квадратъ которой нибудь стороны перьваго многоугольника, къ квадрату сходственной стороны втораго; слѣдственно по (Ариѳ. 186) сумма всѣхъ треугольниковъ перваго будетъ къ суммѣ всѣхъ треугольниковъ втораго, или площадь перваго къ площади втораго будетъ въ томъ же содержанiи.

162. Площади круговъ суть по сему между собою, какъ квадраты ихъ радiусовъ или дiаметровъ.

Ибо круги суть подобныя фигуры (136), коихъ радїусы и дїаметры суть сходственныя линеи.

Тоже должно сказать о секторахъ и сегментахъ тогоже числа градусовъ.

И такъ изъ сего видно, что площади подобныхъ фигуръ не суть между собою, какъ ихъ обмѣры; обмѣры послѣдуютъ простому содержанїю сторонъ (134); т. е. что двухъ подобныхъ фигуръ, ежели сторона одной фигуры двукратна или трекратна или четырекратна и проч. сходственной стороны другїя, обмѣръ первой будетъ также двукратенъ, трекратенъ или четырекратенъ обмѣра другїя; но площади ихъ не суть таковы; площадь первой фигуры будетъ тогда въ четверо, въ девятеро, въ шеснатцать разъ и проч. больше площади вторыя.

Сїю истинну можно сдѣлать ощутительною фигурами 98 и 99, въ коихъ, смотря на фиг. 93, видимъ, что параллелограммъ ABCD, коего сторона AB есть двукратна стороны AG подобнаго ему параллелограмма AGJE, содержитъ въ себѣ четыре параллелограмма совершенно равныхъ параллелограмму AGJE; смотря же на 99 фигуру, видимъ, что треугольникъ ADF, коего сторона AD двукратна стороны AB подобнаго ему треугольника ABC, содержитъ въ себѣ четыре треугольника равные треугольнику ABC; подобно треугольникъ AGK, коего сторона AG трекратна стороны AB, содержитъ въ себѣ девять треугольниковъ равныхъ треугольнику ABC. Тоже самое будетъ и на кругахъ; кругъ, у коего радїусъ двукратенъ, трекратенъ, или четырекратенъ и проч. радїуса другаго круга, будетъ содержать въ себѣ 4 раза, 9 разъ или 16 разъ и проч. площадь сего другаго круга.

Отсюду видно, что два судна, совершенно подобныя, имѣли бы такїя парусности *, коихъ

(*) Парусность разумѣется собранїе всѣхъ парусовъ на кораблѣ.

поверхности были бы между собою, какъ квадраты высотъ мачтъ; т. е. (что изъ послѣдствія увидимъ) какъ квадраты долготъ судовъ или ихъ широтъ: и потому можемъ также сказать, что два подобныя судна, и коихъ парусности поставлены въ одинаковомъ направленіи, получаютъ такія количества вѣтра, кои суть какъ квадраты долготъ сихъ судовъ. Однако изъ сего не должно заключить, что ихъ скорости будутъ въ томъ же содержаніи. Мы увидимъ въ Механикѣ, какое оно быть долженствуетъ.

Въ прочемъ мы не изслѣдываемъ должны ли подобныя суда имѣть подобные паруса; такое изслѣдованіе также надлежитъ до Механики.

163. Посему, естьли бы потребовалось составить фигуру подобную другой, и коея площадь была бы къ сей другой въ данномъ содержаніи, на прим. въ содержаніи 3 къ 2; не должно бы дѣлать сходственныя ихъ стороны въ содержаніи 3 къ 2, ибо тогда площади ихъ были бы въ содержаніи 9 къ 4; но надобно бы сдѣлать сіи стороны такой величины, чтобъ ихъ квадраты были между собою :. 3 : 2; т. е. положивъ, что сторона AB фигуры X (ф. 100) 50 ф. на прим: должно для сыскания сходственной стороны ab искомой фигуры x (фиг. 101) сыскать четвертый членъ пропорціи, коея три первыя были бы 3 : 2 :: $50^2$ или 50×50 къ четвертому; сей четвертый членъ, который есть $1666\frac{2}{3}$, будетъ квадратъ стороны ab; чего для извлекши квадратный корень (Ариѳ. 145) изъ $1666\frac{2}{3}$, получишь 40 ф, 824, т. е. почти 40 ф. 9 д, 10 л. для стороны ab. Когда же имѣешь одну сторону фигуры x, удобно составить оную фигуру по сказанному (133).

164. Ежели на трехъ сторонахъ AB, BC, AC прямоугольнаго треугольника ABC (ф. 102) составлены будутъ три квадрата BKFA,

BGHC, AJLC: квадратъ ипотенузы равенъ всегда суммѣ двухъ прочихъ.

Изъ прямаго угла B опустивъ на ипотенузу AC перпендикулярную BD, каждый изъ двухъ треугольниковъ BAD, BDC будетъ подобенъ треугольнику ABC (112): слѣдовательно площади сихъ трехъ треугольниковъ будутъ между собою, какъ квадраты ихъ сходственныхъ сторонъ; по сему будемъ имѣть сіи равныя содержанія ABD : $AB^2$ :: BDC : $BC^2$ :: ABC : $AC^2$ или ABD ; ABEF :: BDC : BGHC : ABC : AJLC; слѣдовательно (Ариѳ. 186) ABD + BDC : ABEF + BGHC :: ABC : AJLC. И какъ очевидно, что ABC равенъ двумъ частямъ ABD + BDC; по сему квадратъ AJLC равенъ ABEF + BGHC, что можно изобразить еще такъ: $AC^2$ равенъ $AB^2 + BC^2$.

165. Понеже квадратъ ипотенузы равенъ суммѣ квадратовъ двухъ сторонъ около прямаго угла, заключимъ, что квадратъ одной изъ сторонъ около прямаго угла равенъ квадрату ипотенузы безъ квадрата другой стороны; т. е. что $BC^2$ равенъ $AC^2 - AB^2$ и $AB^2$ равенъ $AC^2 - BC^2$.

166. По сему, когда извѣстны двѣ стороны прямоугольнаго треугольника, всегда можно найти третію. Положимъ, на прим. что сторона AB 12 футъ, сторона BC 25 футъ, спрашиваютъ ипотенузу AC. Слагаю 144, квадратъ стороны AB съ 625, квадратомъ стороны BC, сумма 769 равна квадрату ипотенузы AC; и такъ естьли извлеку квадратный корень изъ 769, получу ипотенузу AC; сей корень есть 27, 73 по крайности одною сотою близко, слѣдовательно сторона AC будетъ 27, 73 футъ, т. е 27 ф. 8 д. 9 л.

Ежели напротивъ того была бы одна ипотенуза, и одна изъ сторонъ, другую нашли бы, какъ лишь сказано (въ 165). На прим. ежели бы ипотенуза AC была 54 фута, а сторона BC 42, и спросили бы, многихъ ли футъ сторона AB;

тогда бы изъ 2916 ти, кое есть квадратъ ипотенузы 54 хъ, отнялъ я 1764, кое есть квадратъ стороны вс; остатокъ 1152 былъ бы равенъ квадрату стороны ав; по извлеченіи же квадратнаго корня изъ 1152, оный корень, который есть 33,94, былъ бы равенъ ав; т. е. что ав была бы почти 33 ф. 94 или 33 ф. 11 д. 3 л.

Сіе предложеніе весьма полезно; въ последованіи много будемъ имѣть случаевъ убѣдить себя въ ономъ.

167. Понеже квадратъ ипотенузы равенъ суммѣ квадратовъ двухъ сторонъ около прямаго угла, слѣдуетъ, что ежели прямоугольный треугольникъ будетъ равнобедренный, какъ случается, на прим. въ квадратѣ, когда проведутъ діагональ ас (ф. 103), квадратъ ипотенузы будетъ двукратенъ квадрата одной изъ его сторонъ: по сему площадь одного квадрата къ площади квадрата написаннаго на діагоналѣ, будетъ какъ 1 къ 2; и такъ (по Ариѳ. 192) сторона одного квадрата къ его діагонали, какъ 1 къ квадратному корню 2 хъ; и какъ сей корень не можетъ быть выраженъ числами въ точности, изъ сего слѣдуетъ, что не можно имѣть точно въ числахъ содержанія стороны квадрата къ его діагонали, т. е. что діагональ есть линея несовмѣримая или не имѣющая ни какой общей мѣры со своею стороною.

168. Въ доказательствѣ подъ No. 164 видѣли мы, что подобіе треугольниковъ авс, adb, cdb производитъ $ABC:AC^2::ADB:AB^2::BDC:BC^2$ или какъ $ABC:ADB:BDC::AC^2:AB^2:BC^2$; но треугольники авс, adb, bdc, будучи всѣ три той же высоты, суть между собою, какъ ихъ основанія (158); по сему $ABC:ADB:BDC::AC:AD:DC$; слѣдственно и $AC^2:AB^2:BC^2::AC:AD:DC$; чего ради квадратъ на ипотенузѣ къ каждому изъ

квадратовъ на двухъ прочихъ сторонахъ, какъ самая ипотенуза къ каждому изъ прилежащихъ симъ сторонамъ сегментовъ или отсѣковъ.

169. Отсюду можно вывести средство дѣлать то на линеяхъ, что мы показывали на числахъ (163); т. е. составлять фигуру *x* подобную предложенной фигурѣ X (ф. 100 и 101), и коея бы площадь была къ площади перьвой въ данномъ содержанїи.

Проведи (ф. 104) неопредѣленную линею DE, на коей возьми двѣ части DP и PE такїя, чтобъ DP была къ PE, какъ площадь данной фигуры X (ф. 100) должна быть къ площади искомой фигуры *x* (ф. 101), т. е. :: 3 : 2, ежели желаютъ, чтобъ *x* была $\frac{2}{3}$ фигуры X. На DE (ф. 104), какъ на дїаметрѣ, напиши полкруга DBE, и при точкѣ P, возставивъ перпендикуляръ PB, проведи отъ точки B, на коей она встрѣчается съ окружностїю, къ двумъ концамъ D и E хорды DB, BE. На DB возьми Ba, равную сторонѣ AB фигуры X, и, проведши aC параллельную къ DE, получишь BC, сходственную сторону искомой фигуры *x*, кою потомъ и составишь, какъ показано (133). Причина сему слѣдующая: Площадь фигуры X должна быть къ площади фигуры *x* какъ квадратъ стороны AB къ квадрату искомой стороны ab, т. е. :: $AB^2 : ab^2$; и какъ потребно, чтобъ сїи двѣ площади были одна къ другой :: 3 : 2; по сему должно, чтобъ $AB^2 : ab^2$ :: 3 : 2. И какъ (ф. 104) AB : BC :: BD : BE, слѣдовательно (Ариѳ. 191) $AB^2 : BC^2 :: BD^2 : BE^2$; но какъ треугольникъ DBE есть прямоугольный, будетъ (168) $BD^2 : BE^2$ :: DP : PE, т. е. :: 3 : 2; по чему $AB^2 : BC^2$ :: 3 : 2; также и $AB^2 : BC^2 :: AB^2 : ab^2$; по сему ab должна быть равна BC.

170. Слѣдуетъ еще изъ сказаннаго (168), что квадраты хордъ AC, AD и проч, проведенныхъ отъ одного конца діаметра AB (ф. 105) суть между собою, какъ части AP, AO, отдѣляемыя перпендикулярами, опущенными на оный отъ концовъ сихъ хордъ.

Ибо проведши хорды BC и BD, получишь (168) въ прямоугольномъ треугольникѣ ABC:

$$AB^2 : AC^2 :: AB : AP,$$

и въ прямоугольномъ треугольникѣ ADB,

$$AD^2 : AB^2 :: AO : AB$$

посему (160) $AD^2 : AC^2 :: AO : AP$.

## О плоскостяхъ.

171. Показавъ о мѣрѣ и содержаніяхъ плоскихъ поверхностей, не остается намъ инаго, дабы могли мы приступить къ тѣламъ, какъ изслѣдывать свойства прямыхъ линей въ разныхъ ихъ положеніяхъ въ разсужденіи плоскостей, и свойства самыхъ плоскостей въ разныхъ ихъ положеніяхъ между собою; о чемъ мы и намѣрены теперь предложить.

Мы не полагаемъ ни какой величины ниже опредѣленной фигуры плоскостямъ, о коихъ мы намѣрены разсуждать, а полагаемъ оныя протяженными неопредѣленно во всѣ стороны; и естьли представляемъ ихъ въ видѣ нѣкоторыхъ фигуръ, сіе дѣлаемъ единственно для облегченія нашего воображенія.

172. Прямая линея не можетъ быть одною своею частію на плоскости, а другою на возвышенной или пониженной плоскости въ разсужденіи первой.

Ибо (5) плоскость есть такая поверьхность, къ коей можно приложить прямую линею точно и вездѣ.

173. Також де и часть плоскости не можетъ быть на плоскости, а другая внѣ ея.

Ибо прямая линея, коя будетъ проведена на части плоскости общей симъ двумъ плоскостямъ, будучи неопредѣленно продолжена на той и на другой плоскости, будетъ находиться частїю на одной изъ сихъ плоскостей, а другою на возвышенной или пониженной въ разсужденїи первой, что не возможно (172).

174. Двѣ прямыя AB и CD (ф. 106) пресѣкающїяся взаимно, суть на тойже плоскости.

Ибо очевидно, что можно провесть плоскость чрезъ одну изъ сихъ линей AB, и чрезъ точку взятую по произволенїю на другой; и какъ E точка сѣченїя, принадлежа къ AB находится на проведенной плоскости, по сему линея CD имѣетъ двѣ точки на сей плоскости, слѣдовательно и вся она находится на ней.

175. Пресѣченїе двухъ плоскостей есть прямая линея.

Понеже каждая изъ двухъ плоскостей не имѣетъ толщины, сѣченїе ихъ должно быть линея: сверхъ сего она должна быть и прямая; ибо прямая линея, проведенная чрезъ двѣ точки сего сѣченїя, необходимо будетъ вся на каждой изъ сихъ двухъ плоскостей, и по сему она есть самое сѣченїе.

176. И такъ чрезъ туже прямую линею можно провесть безчисленное множество разныхъ плоскостей.

177. Линея перпендикулярная къ плоскости называется, когда она не наклоняется ни на которую сторону сея плоскости.

178. Ежели AB перпендикулярна къ плоскости GE (ф. 107), то перпендикулярна она

ко всѣмъ прямымъ вс, вс, вс и проч. кои можно провести чрезъ точку ея встрѣчи съ сею плоскостїю. Ибо, естьли бы находилась одна, къ коей бы она была не перпендикулярна, тогда бы наклонялась къ сей линеи, слѣдственно и къ плоскости.

179. Когда линея ав (ф. 108) перпендикулярна къ плоскости ge, и ежели чрезъ в, точку ея встрѣчи съ плоскостїю, проведутъ линею вс на плоскости ge, и представятъ, что плоскость авс обращается около ав, говорю, что въ семъ движенїи линея вс не сойдетъ съ плоскости ge.

Представимъ плоскость авс пришедшею въ какое нибудь положенїе авd; ежели бы линея вс, находящаяся тогда на вd, не находилась на плоскости ge, сего ради плоскость авd встрѣтилась бы съ плоскостїю ge на прямой линеѣ вf; къ коей ав была бы перпендикулярна (178); слѣдовательно вf была бы также перпендикулярна къ ав; и какъ вd полагается перпендикулярна къ ав при тойже точкѣ в, по сему слѣдовало бы, что при тойже точкѣ в и на тойже плоскости авd можно бы было возставить два перпендикуляра къ ав, что не возможно (27); слѣдовательно вf не можетъ быть различная отъ вd; по чему и вс, въ движенїи своемъ около ав не можетъ сойти съ плоскости ge.

180. По сему, что бы прямая линея ав была (ф. 108) перпендикулярною къ плоскости ge, довлѣетъ, естьли она перпендикулярна къ двумъ линеямъ вс, вd, встрѣчающимся на сей плоскости при точкѣ ихъ сѣченїя.

Ибо, естьли представимъ, что плоскость прямаго угла авс обращается около ав, линея вс назначитъ плоскость (179), къ коей ав будетъ перпендикулярна; и такъ, говорю, что сїя плоскость

будетъ не другая, какъ плоскость GE двухъ линей BC и BD: ибо когда уголъ ABD прямой, какъ и уголъ ABC, линея BC, обращаясь около AB, необходимо будетъ имѣть линею BD за одно изъ своихъ положенiй; по сему BD есть на плоскости назначенной линеею BC; по сему и AB перпендикулярна къ плоскости CBD.

181. Ежели отъ точки A прямыя линеи AJ, наклонной къ плоскости GE (ф. 109) опустятъ перпендикулярную AB на сiю плоскость, и, соединивъ точки встрѣчи со плоскостiю B и J перпендикулярной и наклонной прямою BJ, проведутъ къ послѣдней BJ перпендикулярную CD на плоскости GE, говорю, что AJ будетъ также перпендикулярна къ CD.

Отъ точки J, возмемъ равныя части JC, JD, и проведемъ прямыя BC и BD; сiи двѣ послѣднiя линеи будутъ равны между собою (29); слѣдовательно два треугольника ABC, ABD будутъ равны: ибо, кромѣ того, что уголъ ABC равенъ углу ABD, поелику каждой изъ нихъ прямой, сторона AB есть общая и BC равна BD, по доказанному лишь теперь: по сему имѣютъ они равные углы, содержимые въ равныхъ сторонахъ едина по единой: слѣдовательно они и равны; по чему и AD равна AC; чего ради линея AJ имѣетъ двѣ точки A и J равноотстоящiя отъ точекъ C и D; по сему она и перпендикулярна къ CD (32).

182. Плоскость говорится перпендикулярна къ другой плоскости, тогда она не наклоняется ни на ту ни на другую сторону сея послѣднiя.

183. По сему, чрезъ туже линею CD (ф. 110) взятую на какой либо плоскости GE, не можно провесть больше одной плоскости перпендикулярной къ сей плоскости GE.

184. Плоскость ск перпендикулярна къ другой плоскости ge, когда она проходитъ чрезъ прямую ab перпендикулярную къ сей другой. Ибо очевидно, что она не можетъ наклоняться ни на которую сторону сея плоскости ge.

185. Ежели чрезъ точку a, взятую на плоскости ск перпендикулярной къ плоскости ge, проведутъ ab перпендикулярную къ общему сѣченїю cd, сїя линея будетъ также перпендикулярна къ плоскости ge.

Ибо ежели она не перпендикулярна, изъ точки b, гдѣ она падаетъ, можно бы было возставить перпендикулярную къ плоскости ge, и провесть чрезъ сей перпендикуляръ и чрезъ общее сѣченїе cd плоскость, коя была бы перпендикулярна къ плоскости ge (184). Слѣдовательно, чрезъ туже линею cd, взятую на плоскости ge, можно провесть двѣ плоскости перпендикулярныя къ плоскости ge, что невозможно (183). По сему ab перпендикулярна къ плоскости ge.

186. Чего ради, когда плоскость ск перпендикулярна къ плоскости ge, перпендикуляръ ab, возставленный къ плоскости ge изъ точки b, общаго сѣченїя сихъ плоскостей, будетъ необходимо на плоскости ск.

Изъ сего предложенїя слѣдуетъ, что двѣ перпендикулярныя ba, lm къ той же плоскости ge, суть параллельны.

Ибо, естьли соединишь встрѣчи ихъ съ плоскостїю, т. е. точки b и l линеею bl, и чрезъ сїю линею и чрезъ ab проведешь плоскость ск, сїя плоскость будетъ перпендикулярна къ плоскости ge (184); и понеже lm проведенная отъ точки l плоскости ск перпендикулярна къ плоскости ge, по сему будетъ она на плоскости ск (186); и такъ, поелику двѣ линеи ab, lm суть обѣ на тойже плоскости и перпендикулярны къ тойже линеи bl, суть онѣ параллельны (36 и 37).

187. По сему, ежели двѣ прямыя AB, CD (ф. 112) параллельны къ тойже третїей HF, будутъ онѣ также параллельны и между собою: ибо линеи AB, HF, будучи параллельны, могутъ быть обѣ перпендикулярны къ тойже плоскости GE; для тойже причины CD и HF могутъ быть перпендикулярны къ тойже плоскости GE: слѣдовательно AB и CD, будучи перпендикулярны къ тойже плоскости, будутъ параллельны.

188. Ежели двѣ плоскости CK, NL взаимно пересѣкающїяся (ф. 111) суть перпендикулярны къ третїей GE, общее ихъ сѣченїе AB будетъ также перпендикулярно къ плоскости GE.

Ибо перпендикуляръ, возставленный изъ точки B къ плоскости GE, долженъ находиться на каждой изъ сихъ двухъ плоскостей (186); по сему онъ не можетъ быть другой какъ общее сѣченїе сихъ плоскостей.

189. Уголъ плоскостей называютъ отверстїе двухъ плоскостей GF, GE (ф. 113), встрѣчающихся взаимно. Сей уголъ называютъ также наклоненїемъ одной плоскости къ другой.

Уголъ плоскостей, сдѣланный двумя плоскостями GF, GE есть не иное что, какъ количество, на которое плоскость GF должна бы была обратиться около AG, дабы притти въ настоящее ея положенїе, ежелибъ напередъ лежала на плоскости GE.

190. Отсюду удобно видѣть можно, что естьли чрезъ точку B, взятую на общемъ сѣченїи AG, проведешь на плоскости GE перпендикулярную BD къ GA, а на плоскости GF проведешь BC перпендикулярную къ тойже AG, уголъ составленный сими двумя плоскостями есть тоже, что уголъ сдѣланный двумя линеями BD и BC: ибо удобно видѣть можно, что во время обращенїя плоскости

GF, линея BC отходитъ отъ линеи BD, на коей она лежала при началѣ движенія; отходитъ, говорю, отъ BD, точно по томуже закону, по коему плоскость GF отходитъ отъ плоскости GE.

191. По сему, уголъ плоскостей имѣетъ туже мѣру, что и прямолинейный уголъ, содержимый въ двухъ прямыхъ, проведенныхъ на каждой изъ двухъ плоскостей его составляющихъ, перпендикулярно къ общему сѣченію и изъ тойже точки онаго.

Отсюду столь удобно вывесть слѣдующія предложенія, что довольно будетъ для насъ упомянуть только объ оныхъ.

192. Плоскость, падающая на другую плоскость, дѣлаетъ два угла, кои взятые вмѣстѣ, равны 180°.

193. Углы составленные какимъ нибудь числомъ плоскостей проходящихъ чрезъ туже прямую, стоящую на плоскости, равны 360°.

194. Двѣ плоскости взаимно пресѣкающіяся, дѣлаютъ противулежащіе при вершинѣ углы равные.

195. Параллельныя плоскости называются тѣ, кои, какъ бы далеко продолжены ни были, никогда не встрѣчаются.

196. Параллельныя убо плоскости суть въ равномъ вездѣ разстояніи одна отъ другой.

197. Ежели двѣ параллельныя плоскости пресѣчены третіею (ф. 114), общія ихъ сѣченія AB, CD, будутъ двѣ прямыя параллельныя: ибо, какъ онѣ находятся на тойже плоскости ABCD, не могли бы онѣ не встрѣтиться, естьлибъ не были параллельны; тогда очевидно и самыя плоскости такъ же бы встрѣтились.

198. Двѣ параллельныя плоскости, пересѣченныя третїею, имѣютъ тѣже свойства въ разсужденiи угловъ составляемыхъ ими съ сею третїею, кои и двѣ параллельныя прямыя, въ разсужденїи третїей прямой, коя ихъ пересѣкаетъ. Сїе есть послѣдствїе сказаннаго въ (191).

## О свойствахъ прямыхъ линей сѣкомыхъ параллельными плоскостями.

199. Ежели отъ точки J, взятой внѣ плоскости GE, (ф. 115) будутъ проведены къ разнымъ точкамъ K, L, M, сея плоскости прямыя JK, JL, JM, и сїи прямыя будутъ пересѣчены плоскостїю ge, параллельною къ плоскости GE; говорю, 1 е, что сїи прямыя будутъ разсѣчены пропорцїонально; 2 е, что фигура klm будетъ подобна фигурѣ KLM.

Положимъ напередъ только три точки K, L, M. Понеже прямыя kl, lm, mk суть сѣченїя плоскостей JKL, JLM, JKM съ плоскостїю ge, онѣ суть параллельны прямымъ KL, LM, MK, сѣченїямъ тѣхъ же плоскостей съ плоскостїю GE (197); по сему треугольники JKL, JLM, JMK подобны треугольникамъ jkl, jlm, jmk, каждый каждому; слѣдовательно JK : jk :: KL : kl :: JL : jl :: LM : lm :: JM : jm :: MK : mk; и такъ, 1 е, ежели изъ сихъ равныхъ содержанїй возмешь только тѣ, кои заключаютъ въ себѣ прямыя, изходящїя изъ точки J, будетъ, какъ JK : jk :: JL : jl :: JM : jm; чего ради прямыя JK, JL, JM разсѣчены пропорцїонально.

2 е. Ежели изъ тѣхъ же перьвыхъ равныхъ содержанїй возмешь тѣ, кои заключаютъ въ себѣ линеи, содержимыя въ двухъ параллельныхъ плоскостяхъ, будетъ KL : kl :: LM : lm :: KM : km; по

сему два треугольника KLM, klm суть подобны, понеже ихъ стороны пропорцїональны.

Положимъ теперь какое угодно число точекъ A, B, C, D, F и проч. точно такимъ же образомъ докажемъ, что прямыя JA, JB, JC и проч. разсѣчены пропорцїонально; и ежели представишь дїагонали AC, AD и проч. ac, ad и проч. проведенныя отъ двухъ соотвѣтствующихъ угловъ A и a, можно доказать также и тѣмъ же образомъ, что треугольники ABC, ACD и проч. подобны треугольникамъ abc, acd и проч. каждый каждому; посему два многоугольника ABCDF, abcdf, составленные изъ тогоже числа подобныхъ треугольниковъ каждый каждому и подобно положенныхъ, суть подобны (133).

200. Понеже двѣ фигуры KLM, klm подобны, заключимъ изъ сего, что уголъ KLM равенъ углу klm; и слѣдственно, ежели двѣ прямыя KL, LM, содержащїя уголъ KLM, параллельны двумъ прямымъ kl, lm, содержащимъ уголъ klm, уголъ KLM будетъ равенъ углу klm, хотя сїи два угла и не будутъ на тойже плоскости. Мы уже сообщили сїе самое предложенїе (43); но тамъ подлагали, что сїи два угла были на тойже плоскости.

201. Слѣдуетъ еще изъ подобїя двухъ фигуръ ABCDF и abcdf, и изъ подобїя двухъ фигуръ KLM, klm, что площади двухъ сѣченїй abcdf, klm суть между собою, какъ площади двухъ фигуръ ABCDF, KLM.

Ибо $ABCDF : abcdf :: AB^2 : ab^2$ (161). Но въ подобныхъ треугольникахъ JAB, jab,

$$AB : ab :: JA : ja.$$

И слѣдственно (Арив. 191) $:: AB^2 : ab^2 :: JA^2 : ja^2$, или (199) $:: JM^2 : jm^2$, или (по причинѣ подобныхъ треугольниковъ JML, jml) $:: LM^2 : lm^2$; и посему (161) $:: KLM : klm$; чего ради $ABCDF : abcdf :: KLM : klm$, или (Арив. 182) $ABCDF : KLM :: abcdf : klm$.

202. Сїе доказательство показываетъ въ тожъ время, что площади ABCDF, abcdf суть между собою, какъ квадраты двухъ прямыхъ JA и ja, проведенныхъ отъ точки j къ двумъ соотвѣтствующимъ точкамъ сихъ двухъ фигуръ, и слѣдовательно (199) какъ квадраты высотъ или перпендикуляровъ JP, jp, проведенныхъ отъ точки j къ плоскостямъ GE и ge.

Заключимъ же, 1. е, что ежели двѣ поверхности ABCDF, KLM равны, и двѣ поверхности abcdf, klm будутъ также равны.

2. е. Что все лишь теперь нами сказанное будетъ и тогда справедливо, когда точка J и не будетъ общая прямымъ JA, JB, JC и проч. и прямымъ JM, JL, и проч. а каждая фигура имѣетъ точки особо, только чтобъ онѣ были въ тойже высотѣ надъ плоскостїю ge.

## ОТДѢЛЪ ТРЕТIЙ.

### О тѣлахъ.

203. Назвали мы тѣломъ (1) все то, что имѣетъ три протяженїя: длину, ширину и толщину.

Теперь намѣрены показать о мѣрѣ и содержанїи тѣлъ.

Мы будемъ разсуждать о тѣлахъ ограниченныхъ плоскими поверхностями: изъ ограниченныхъ же кривыми поверхностями примемъ въ разсужденїе только цилиндръ, конусъ и шаръ.

Тѣла, ограниченныя плоскими поверхностями, различаются вообще числомъ и фигурою плоскостей ихъ заключающихъ: сїи плоскости должны быть числомъ не меньше четырехъ.

204. Тѣло, коего супротивныя плоскости равны и параллельны, и коего всѣ другїя плоскости

параллелограммы, называется вообще призмою. Смотри фигуры 116, 117, 118, 119.

И такъ можно смотрѣть на призьму, какъ на произведенную движенїемъ плоскости BDF, коя будетъ подвигаться по прямой линеи AB сама себѣ параллельно (ф. 116).

Двѣ параллельныя плоскости называются основанїями призьмы, а перпендикулярная LM, проведенная отъ точки одного изъ основанїй къ другому, называется высотою.

Изъ понятїя предложеннаго нами о призьмѣ, слѣдуетъ, что въ какомъ бы мѣстѣ призьму ни разсѣкли плоскостїю параллельною ея основанїю, оное сѣченїе будетъ всегда плоскость, совершенно равная основанїю.

Таковыя линеи какъ BA, кои суть встрѣчи двухъ смѣжныхъ параллелограммовъ, называются надстоящими прямыми призьмы.

Прямая призьма называется, когда сїи надстоящїя перпендикулярны къ основанїю; и тогда всѣ они равны высотѣ; смотри фигуры 117 и 119. Напротивъ того называютъ наклонною, когда надстоящїя наклоняются къ основанїю.

Призьмы различаются по числу сторонъ ихъ основанїй; естьли основанїе треугольникъ, называютъ призьмою треугольною (ф. 116); естьли четыреугольникъ, четыреугольною (ф. 117), и такъ далѣе.

Между четыреугольными призьмами особливо отличаютъ параллелепипедъ и кубъ.

Параллелепипедъ есть призьма четыреугольная, коего основанїя, слѣдственно и всѣ плоскости суть параллелограммы; и когда параллелограммъ, служащїй основанїемъ, есть прямоугольникъ и въ тожъ время призьма прямая, называется тогда параллелепипедомъ прямоугольнымъ. Смотри ф. 117.

Прямоугольный параллелепипедъ принимаетъ названiе куба, когда основанiе его квадратъ, и надстоящая его AB (ф. 119) равна сторонѣ онаго квадрата.

И по сему кубъ есть тѣло содержимое въ шести равныхъ квадратахъ. Симъ-то тѣломъ измѣряются всѣ другiя тѣла, какъ вскорѣ мы о семъ и увидимъ.

205. Цилиндръ есть тѣло содержимое между двумя кругами равными и параллельными, и въ поверхности, кою назначитъ прямая AB, (ф. 120 и 121), двигаяся сама себѣ параллельно, по двумъ окружностямъ. Цилиндръ бываетъ прямой, когда линея CF (ф. 120), соединяющая центры двухъ сопротивныхъ оснований, перпендикулярна къ симъ кругамъ: сiя линея CF называется ОСЬ цилиндра. Наклонный же цилиндръ есть тотъ, когда сiя самая линея CF наклоняется къ основанiю.

На прямой цилиндръ можно смотрѣть, какъ на произведенной движенiемъ прямоугольника FCDE, обращающагося около одной своей стороны CF.

206. Пирамида есть тѣло содержимое между многими плоскостями, изъ коихъ одна, называемая основанiемъ, есть какой либо многоугольникъ; другiя же, треугольники, имѣющiе стороны сего многоугольника основанiями, и всѣ свои вершины соединенныя въ одной точкѣ, кою называютъ вершиною пирамиды. Смотри ф. 122, 123, 124.

Перпендикуляръ AM, проведенной отъ вершины на плоскость, служащую основанiемъ, называется вышиною пирамиды.

Пирамиды различаются числомъ сторонъ ихъ основанiй; такъ что у коей основанiе треугольникъ, называется треугольною пирамидою, а имѣющая основанiе четыреугольникъ, четыреугольною, и такъ далѣе.

Правильною пирамидою называютъ, когда многоугольникъ, служащій ей основаніемъ, есть правильный, и естьли въ тоже время перпендикуляръ AM (ф. 124), проведенный отъ вершины, проходитъ чрезъ центръ сего многоугольника.

Перпендикуляръ AG, проведенный отъ вершины A, на DE одну изъ сторонъ основанія, называется апотемою или высотою бока.

Явствуетъ, что всѣ треугольники, кои смыкаются въ точкѣ A, суть равные и равнобедренные: ибо всѣ ихъ основанія равны и надстоящія AB, AC, AD и проч. такожде равны, понеже всѣ сіи наклонныя равно отстоятъ отъ перпендикуляра AM (29).

Не меньше очевидно, что всѣ высоты боковъ суть равны.

207. Конусъ (ф. 125 и 126) есть тѣло, содержимое въ круглой плоскости BGDH, называемой основаніемъ конуса, и въ поверхности, кою назначитъ линея AB, утвержденная въ точкѣ A, обращаясь около окружности круга BDGH.

Точка A называется вершиною конуса.

Перпендикуляръ, проведенный отъ вершины на плоскость основанія, называется высотою конуса; и конусъ бываетъ прямой, когда сей перпендикуляръ проходитъ чрезъ центръ круга основанія (ф. 125); наклонной же, когда не проходитъ (ф. 126).

Можно представить прямой конусъ, какъ произведенной обращеніемъ прямоугольнаго треугольника ACD (ф. 125) около своей стороны AC.

208. Шаръ есть тѣло опредѣленное со всѣхъ сторонъ такою поверхностію, коея всѣ точки равно отстоятъ отъ одной и тойже точки.

Можно смотрѣть на шаръ, какъ на тѣло, произшедшее отъ обращенія полукруга ABD (ф. 128) около своего діаметра AD.

Явствуетъ, что всякое сѣченіе шара плоскостію есть кругъ. Ежели сія плоскость проходитъ чрезъ центръ его, оное сѣченіе называется великимъ кругомъ шара. Всякій другій кругъ, коего плоскость не проходитъ чрезъ центръ шара, называется малымъ кругомъ.

Секторъ шара есть тѣло, произшедшее отъ обращенія сектора круга BCA около радіуса AC. Поверхность, кою опишетъ дуга AB въ семъ обращеніи, называется выпуклостію сектора шара.

Сегментъ шара есть тѣло, производимое обращеніемъ полусегмента круга AFB около части радіуса AF.

## О тѣлахъ подобныхъ.

209. Подобныя тѣла суть тѣ, кои составлены изъ того же числа подобныхъ плоскостей каждыя каждой и подобно положенныхъ въ сихъ двухъ тѣлахъ.

210. Надстоящія линеи сходственныя и вершины толстыхъ угловъ сходственныхъ, суть по сему линеи и точки подобно положенныя въ двухъ тѣлахъ: ибо сходственныя надстоящія линеи и вершины толстыхъ угловъ сходственныхъ, суть линеи и точки подобно положенныя въ отношеніи къ плоскостямъ, коимъ онѣ принадлежатъ, поелику сіи плоскости полагаются подобными; и какъ сіи плоскости суть подобно положенныя въ двухъ тѣлахъ; слѣдовательно, и проч.

211. По сему треугольники, соединяющіе толстый уголъ и концы сходственной надстоящей линеи въ каждомъ тѣлѣ, суть двѣ фигуры подобныя и подобно положенныя въ двухъ тѣлахъ: ибо концы сходственныхъ над-

стоящихъ суть сами вершины сходственныхъ толстыхъ угловъ, кои подобно положены въ разсужденіи тѣлъ (210).

212. Діагонали, соединяющіе два сходственные толстые угла, суть по сему между собою, какъ сходственныя надстоящія сихъ тѣлъ: ибо онѣ суть стороны подобныхъ треугольниковъ, о коихъ лишь говорили, и кои имѣютъ одною изъ ихъ сторонъ, сходственныя надстоящія.

По сему два подобныя тѣла могутъ быть раздѣлены плоскостями проведенными чрезъ два сходственные угла и чрезъ двѣ сходственныя надстоящія на тоже число пирамидъ, подобныхъ каждая каждой; ибо плоскости сихъ пирамидъ будутъ составлены изъ треугольниковъ подобныхъ и подобно положенныхъ въ сихъ двухъ тѣлахъ (211); и основанія сихъ самыхъ пирамидъ будутъ также подобны, по тому что онѣ подобныя плоскости двухъ тѣлъ; по сему (209) сіи пирамиды будутъ подобны.

213. Ежели изъ двухъ сходственныхъ угловъ будутъ опущены перпендикуляры на двѣ сходственныя плоскости, сіи перпендикуляры будутъ между собою въ содержаніи двухъ какихъ либо сходственныхъ надстоящихъ.

Ибо два сходственные угла, будучи подобно положены въ разсужденіи двухъ сходственныхъ плоскостей (210), должны необходимо быть въ такихъ разстояніяхъ отъ сихъ плоскостей, кои бы были между собою въ содержаніи сходственныхъ измѣреній двухъ тѣлъ.

## О мѣрѣ поверхностей тѣлъ.

214. Когда поверхности призьмъ и пирамидъ состоятъ изъ параллелограммовъ, треугольниковъ и многоугольниковъ прямолинейныхъ, мы

бы могли здѣсь и не говорить о способѣ, какъ должно ихъ измѣрять, понеже въ (145, 147, 149) мы уже показали средство измѣрять части, изъ коихъ онѣ состоять. Но изъ сказаннаго нами о семъ предметѣ можно будетъ вывесть нѣкоторыя послѣдствія, кои не токмо послужать къ облегченію дѣйствій, потребныхъ для сихъ измѣреній, но будутъ еще намъ полезны для сысканія поверхностей цилиндровъ, конусовъ и самаго шара.

215. Поверхность какой либо призьмы, безъ двухъ основаній, равна произведенію одной изъ надстоящихъ сея призмы на обмѣръ сѣченія bdfhk (ф. 118), сдѣланнаго плоскостію, къ коей сія надстоящая будетъ перпендикулярна.

Ибо, когда надстоящая AB полагается перпендикулярна къ плоскости bdfhk, прочія надстоящія будучи ей параллельны, будутъ также перпендикулярны къ плоскости bdfhk; почему и взаимно прямыя bd, df, fh, hk и проч. будутъ перпендикулярны каждая къ той надстоящей, кою она пересѣкаетъ; когдаже примемъ сіи надстоящія за основанія параллелограммовъ, кои окружаютъ призму, линеи bd, df, fh будутъ ихъ высоты. Чего ради должно будетъ для сысканія поверхности призьмы умножить только надстоящую AB перпендикуляромъ bd; надстоящую CD, перпендикуляромъ df, и такъ далѣе; потомъ сложить всѣ сіи произведенія: но какъ всѣ надстоящія равны, очевидно, что сіе будетъ тоже, когда умножишь одну AB на сумму всѣхъ высотъ, т. е. на обмѣръ bdfhk.

216. Когда призма прямая, сѣченіе bdfhk не различествуетъ отъ основанія BDFHK, и надстоящая AB есть тогда высота призмы; по сему поверхность прямой призмы (безъ

двухъ основанїй) равна произведенїю обмѣра основанїя, умноженнаго высотою.

217. Выше мы видѣли (136), что кругъ можно взять за правильной многоугольникъ о безчисленныхъ сторонахъ; почему и цилиндръ можно взять за призму, коея число параллелограммовъ, составляющихъ поверхность, будетъ безконечное. Слѣдовательно,

Поверхность прямаго цилиндра равна произведенїю высоты сего цилиндра на окружность основанїя.

Видѣли мы въ (152), какимъ образомъ должно искать сїю окружность.

Чтожъ касается до наклоннаго цилиндра, должно умножить длину его AB на окружность сѣченїя bdgh (ф. 121), сїе сѣченїе должно быть сдѣлано такъ, какъ сказано было (215). Способъ для опредѣленїя долготы сего сѣченїя зависитъ отъ большихъ познанїй, нежели мы по сихъ поръ сообщили; въ практикѣ должно довольствоваться механическимъ измѣренїемъ, обводя цилиндръ ниткою (или чѣмъ либо подобнымъ сему), кою должно прикрѣпить къ плоскости, къ которой бы долгота AB сего цилиндра была перпендикулярна.

218. Для пирамиды, естьли она неправильная, должно раздѣльно искать площадь каждаго изъ треугольниковъ ее объемлющихъ, и потомъ сложить сїи площади.

Но ежели она правильная, можно поверхность ея сыскать короче, чрезъ умноженїе обмѣра ея основанїя на половину высоты ея бока (ф. 124): ибо когда всѣ треугольники тойже высоты, довлѣетъ помножить половину общей высоты на сумму всѣхъ основанїй.

219. Принимая еще окружность круга за правильной многоугольникъ о безчисленныхъ сторонахъ, можемъ конусъ взять за правильную

пирамиду, коея поверхность (безъ основанїя) составлена изъ безчисленнаго множества треугольниковъ, и по сему, выпуклая поверхность прямаго конуса равна произведенїю окружности основанїя на половину стороны AB сего конуса ( ф. 125 ).

Что касается до поверхности наклоннаго конуса, сысканїе ея зависитъ отъ вышшей Геометрїи. Чего для и говорить здѣсь объ оной не будемъ. Въ прочемъ образъ нашего разсужденїя о конусѣ доставляетъ средство измѣрять его близко къ точности, когда онъ и наклонный, должно раздѣлить окружность основанїя на довольно великое число дугъ такъ, чтобъ на каждую изъ нихъ можно было смотрѣть, безъ ощутительной погрѣшности, какъ на прямую линѣю; и тогда вычислить поверхность его, какъ пирамиды, имѣющей столько треугольниковъ, сколько дугъ.

220. Дабы сыскать поверхность отрѣзаннаго прямаго конуса, коего сопротивныя основанїя BGDH, bgdh (ф. 127) параллельны, должно умножить сторону всего отрѣзаннаго конуса половиною суммы окружностей двухъ сопротивныхъ основанїй.

Самымъ дѣломъ, можно представить сїю поверхность, какъ составленную изъ безчисленнаго множества такихъ трапезїй, какъ EFfe, коея стороны Ee, Ff простираются къ вершинѣ A; а какъ площадь каждой изъ сихъ трапезїй равна половинѣ суммы двухъ сопротивныхъ основанїй EF, ef, умноженной разстоянїемъ сихъ двухъ основанїй ( 148 ); но сїе разстоянїе не различествуетъ отъ сторонъ Ee, Ff или Bb; по сему, дабы имѣть сумму всѣхъ сихъ трапезїй, должно умножить полсуммы всѣхъ сопротивныхъ основанїй, каковы суть EF, ef, то есть полсуммы

двухъ окружностей, линеею вь, коя есть общая высота всѣхъ сихъ трапезій.

221. Ежели чрезъ средину м стороны вь, проведемъ плоскость, параллельную къ основанію, сѣченіе (199) будетъ кругъ, коего окружность будетъ половина суммы окружностей двухъ супротивныхъ основаній, понеже діаметръ мn (148) есть половина суммы діаметровъ основаній; а сіи окружности (136) суть между собою, какъ ихъ діаметры. Слѣдовательно поверхность отрѣзаннаго конуса, у коего основанія параллельны, равна произведенію стороны сего отрѣзаннаго конуса на окружность сѣченія сдѣланнаго въ равномъ разстояніи отъ двухъ супротивныхъ основаній. Сіе предложеніе послужитъ намъ для доказанія слѣдующаго:

222. Поверхность шара равна произведенію окружности одного изъ великихъ круговъ, умноженной діаметромъ.

Представь полуокружность AED (ф. 129), раздѣленною на безчисленное множество дугъ; каждая изъ дугъ, какъ KL, будучи самомалѣйшая, не будетъ различна отъ своей хорды.

Проведемъ отъ концовъ дуги KL перпендикуляры KE, LF къ діаметру AD; и чрезъ средину J дуги KL или ея хорды проведемъ JH, параллельную къ KE, и радіусъ JC; сей радіусъ будетъ перпендикуляренъ къ KL (52); проведемъ на концѣ KM перпендикулярную къ JH или къ LF. Естьли представимъ, что полуокружность AKD оборотится около AD, она произведетъ поверхность шара, и каждая изъ ея дугъ, какъ KL, произведетъ поверхность отрѣзаннаго конуса, коя будетъ одна изъ поясовъ поверхности шара. Мы покажемъ, что оная поверхность сего отрѣзаннаго конуса равна произведенію линеи KM или EF умноженной окружностію, коея радіусъ есть JC или AC.

Треугольникъ KML подобенъ треугольнику IHC, понеже сїи два треугольника имѣютъ стороны перпендикулярныя одна къ другой по предписанному. Почему сїи подобные треугольники дадутъ (111) сїю пропорцїю: KL : KM :: IC : IH, или (посилику (136) окружности круговъ суть между собою какъ ихъ радїусы) KL : KM :: окр. IC : окр. IH; * слѣдовательно, когда ( Ариѳ. 178 ) во всякой пропорцїи произведенїе крайнихъ равно произведенїю среднихъ, KL×окр. IH равно KM×окр. IC, или (что все тоже) равно EF×окр. AC. И такъ (221) первое изъ сихъ произведенїй означаетъ поверхность отрѣзаннаго конуса, произведеннаго линеею KL; по сему сей отрѣзанной конусъ равенъ EF×окр. AC, т. е. произведенїю его высоты EF на окружность великаго круга шара. И посилику взявъ всякую другую дугу, какъ KL, докажемъ тоже и тѣмъ же образомъ, должно заключить, что сумма малыхъ отрѣзанныхъ конусовъ, составляющихъ поверхность шара, равна окружности одного великаго круга, умноженной суммою высотъ сихъ отрѣзанныхъ конусовъ, коя сумма явно составляетъ дїаметръ шара. Слѣдовательно поверхность шара равна окружности одного великаго круга умноженной дїаметромъ.

223. Ежели представимъ цилиндръ (ф. 130), заключающїй въ себѣ шаръ, и прикасающїйся къ оному, которой бы имѣлъ высотою дїаметръ сего шара; т. е. ежели представимъ цилиндръ, описанный около шара, то можемъ заключить, что поверхность шара равна выпуклой поверхности цилиндра описаннаго; ибо (217) поверхность сего цилиндра равна произведенїю окру-

---

* Чрезъ сїе выраженїе окр. IC, окр. IH мы разумѣемъ окружность, коея радїусъ есть IC, и окружность, коея радїусъ есть IH.

жности основанія, умноженной высотою; и такъ окружность основанія есть окружность великаго круга шара, а высота равна діаметру; чего ради, и проч.

224. Понеже для сысканія площади круга (151), должно умножить его окружность на половину радіуса или на четверть діаметра, а для сысканія поверхности шара, должно умножить окружность діаметромъ, можемъ по сему сказать, что поверхность шара есть четырекратна площади великаго круга.

225. Доказательство, данное нами на измѣреніе поверхности шара, также утверждаетъ, что для сысканія выпуклой поверхности сегмента или отсѣка шара, произведеннаго дугою AL (ф. 131), обращающеюся около діаметра AD, должно умножить окружность великаго круга шара на высоту AJ сего отсѣка; и что, для сысканія поверхности пояса шара, содержимой между двумя параллельными плоскостями таковыми, какъ LKM, NRP, должно такимъ же образомъ умножить окружность великаго круга шара, на высоту JO сего пояса шара. Ибо можно разсуждать о ихъ поверхностяхъ какъ и о цѣлой поверхности шара, т. е. какъ составленныхъ изъ безчисленнаго множества отрѣзанныхъ конусовъ, изъ коихъ каждой равенъ произведенію окружности великаго круга шара на его высоту.

## О содержаніяхъ поверьхностей тѣлъ.

226. Ежели два тѣла, коихъ потребно сравнить поверхности, ограничены неподобными и неправильными плоскостями, не иначе поступить можемъ, для сысканія содержанія ихъ поверхностей, какъ вычислить каждую поверхность

И

отдѣльно въ мѣрахъ однородныхъ, и сравнить число мѣръ одной съ числомъ мѣръ другой, т. е. на прим. число квадратныхъ футъ одной съ числомъ квадратныхъ футъ другой.

227. Поверхности призмъ, (безъ основаній) суть между собою, какъ произведенія долготы сихъ призмъ на обмѣръ сѣченія, сдѣланнаго перпендикулярно къ сей долготѣ.

Ибо сіи поверхности равны симъ произведеніямъ (215).

228. По сему, ежели долготы суть равны, поверхности призмъ будутъ между собою, какъ обмѣры сѣченія, сдѣланнаго перпендикулярно къ долготѣ каждаго. Ибо содержаніе произведеній долготы на обмѣръ сего сѣченія не перемѣнится, естьли и оставимъ въ каждомъ изъ сихъ произведеній долготу, коя есть общій сомножитель.

• 229. По сему поверхности прямыхъ призмъ или прямыхъ цилиндровъ тойже высоты, суть между собою, какъ обмѣры основаній, какой бы фигуры сверьхъ сего сіи основанія ни были.

И ежели на противъ того, обмѣры основаній суть тѣже, а высоты разныя, сіи поверхности будутъ, какъ ихъ высоты.

230. Поверхности прямыхъ конусовъ суть между собою, какъ произведенія сторонъ сихъ конусовъ на окружности основаній или на радіусы или діаметры сихъ основаній.

Ибо каждая изъ сихъ поверхностей, будучи равна произведенію окружности основанія на половину стороны конуса (219), должна быть къ другой въ томъ же содержаніи съ сими произведеніями, и слѣдственно какъ дважды сіи произведенія. Сверьхъ сего, поелику окружности содержатся между собою, какъ ихъ радіусы или ихъ

діаметры, можемъ вставить въ сіи произведенія (99) содержаніе радіусовъ или діаметровъ вмѣсто окружностей.

231. Поверхности подобныхъ тѣлъ суть между собою, какъ квадраты ихъ сходственныхъ линей.

Ибо онѣ составлены изъ подобныхъ плоскостей, коихъ площади суть между собою, какъ квадраты ихъ сторонъ или сходственныхъ линей, кои линеи суть сходственныя линеи и тѣлъ, и пропорціональны онѣ всѣмъ другимъ сходственнымъ линеямъ.

232. Поверхности двухъ шаровъ суть между собою, какъ квадраты ихъ радіусовъ или діаметровъ. Ибо когда поверхность одного шара четырекратна площади своего великаго круга; то поверхности двухъ шаровъ должны быть между собою, какъ четырежды ихъ великіе круги, или просто, какъ ихъ великіе круги; т. е. (162) какъ квадраты радіусовъ или діаметровъ.

## О толстотѣ призьмы.

233. Дабы утвердить понятія о томъ, что надобно разумѣть подъ толстотою тѣла, должно себѣ представить мысленно часть протяженія въ таковомъ видѣ, въ какомъ угодно, на примѣръ въ видѣ куба, но имѣющаго чрезмѣрно мало длины, ширины и толщины, и вообразить, что вмѣстительность тѣла со всемъ наполнена таковыми же кубами, кои назовемъ толстыми точками, сумма сихъ точекъ составляетъ то, что мы разумѣемъ чрезъ толстоту тѣла.

234. Двѣ призьмы или два цилиндра, или одна призьма и одинъ цилиндръ тогоже основанія и той же высоты или равныхъ основаній и равныхъ высотъ суть равны толстотою, какихъ бы различныхъ фигуръ при томъ ихъ основанія ни были.

Ибо, ежели представимъ сіи тѣла разсѣченными плоскостями параллельными ихъ основаніямъ на самотончайшіе слои, толщиною равною толстымъ точкамъ, коими можно вообразить, сіи тѣла наполнены, очевидно, что, въ каждомъ тѣлѣ, когда каждое сѣченіе равно основанію (204), число толстыхъ точекъ, изъ коихъ каждой слой будетъ составленъ, будетъ вездѣ тоже, и равное числу точекъ на поверхности основанія: и какъ полагаемъ тужъ высоту у сихъ двухъ тѣлъ, каждое изъ нихъ будетъ имѣть тоже число слоевъ; и посему онѣ будутъ содержать въ суммѣ тоже число толстыхъ точекъ: чего ради равны онѣ и толстотою.

## О измѣреніи толстоты призьмъ и цилиндровъ.

235. Разсужденіе о толстыхъ точкахъ, кои мы лишь ввели во употребленіе, особенно полезно тогда, когда для доказанія равенства двухъ тѣлъ, должны будемъ разсуждать о сихъ тѣлахъ въ самыхъ ихъ стихіяхъ, раздробляя ихъ на слои самотончайшія; мы будемъ имѣть и еще случай разсуждать о нихъ такимъ же образомъ. Но когда желаютъ измѣрять вмѣстительность или толстоту тѣлъ для обыкновенныхъ употребленій, доходятъ до сего не изысканіемъ выкладокъ числа ихъ толстыхъ точекъ; ибо ясно видѣть можно, что во всякомъ тѣлѣ таковыхъ точекъ находится безчисленное множество.

Что же мы дѣлаемъ самою вещію, когда измѣряемъ толстоту тѣлъ? Ищемъ опредѣлить сколько разъ сіе тѣло содержитъ въ себѣ другое извѣстное. На прим. когда желаемъ измѣрить параллелепипедъ прямоугольный ABCDEFGH (ф. 132),

тогда имѣемъ за предметъ узнать, сколько сей параллелепипедъ содержитъ въ себѣ такихъ кубовъ, какъ извѣстной кубъ *x*; и обыкновенно толстоты тѣлъ измѣряемы бываютъ кубическою мѣрою.

Для сысканія толстоты прямоугольнаго параллелепипеда ABCDEFGH, должно искать сколько его основаніе EFGH содержитъ въ себѣ таковыхъ квадратныхъ частей, какъ efgh; равнымъ образомъ искать сколько разъ высота AH содержитъ въ себѣ высоту ah; и когда умножимъ число квадратныхъ частей основанія EFGH на число частей прямыя AH, произведеніе покажетъ, сколько предложенный параллелепипедъ содержитъ въ себѣ такихъ кубовъ, какъ *x*; то есть, сколько онъ содержитъ въ себѣ кубическихъ футъ, или кубическихъ дюймовъ и проч. естьли сторона ah куба *x* есть футъ или дюймъ.

Самымъ дѣломъ видимъ, что на поверхности EFGH можно помѣстить столько такихъ кубовъ, какъ *x*, сколько квадратовъ efgh въ основаніи EFGH. Всѣ сіи кубы составятъ параллелепипедъ, коего высота HL будетъ равна ah; и такъ явствуетъ, что можно будетъ помѣстить въ тѣлѣ ABCDEFGH столько параллелепипедовъ таковыхъ, какъ сей, сколько разъ высота HL будетъ содержаться въ AH; и по сему должно взять сей параллелепипедъ, или число кубовъ помѣщенныхъ на EFGH столько разъ, сколько частей въ AH; или поелику число сихъ кубовъ есть тоже, что и число квадратовъ, содержимыхъ въ основаніи, должно умножить сіе число квадратовъ содержимыхъ въ основаніи, на число частей высоты, и поизведеніе покажетъ число кубовъ содержимыхъ въ предложенномъ параллелепипедѣ.

236. Понеже доказано (234), что призмы равныхъ основаній и высотъ, равны и толсто-

тою, слѣдуетъ изъ сего предложенія, и изъ того, что мы лишь теперь сказали, что для сысканія числа кубическихъ мѣръ, кое заключала бы въ себѣ какая либо призьма ACEGJKBDFH (ф. 118), должно измѣрить ея основаніе KBDFH квадратными мѣрами, а высоту ея LM частями равными сторонѣ куба взятаго за мѣру, и умножать число квадратныхъ мѣръ, кое сыщутъ въ основаніи, на число линейныхъ мѣръ высоты, что обыкновенно выражаютъ, говоря, толстота какой либо призьмы равна произведенію площади основанія на высоту сея призьмы.

Но и здѣсь мы должны примѣчать тоже, что мы дали замѣтить (145) при площадяхъ: какъ не можно сказать во всей строгости, что умножаемъ линею на линею, такъ нельзя сказать и того, что умножаемъ поверхность линеею. Сіе значитъ, какъ мы лишь видѣли, что тѣло (коего число кубовъ есть тоже, что и число квадратовъ основанія) должно столько разъ взять, сколько его высота содержится въ высотѣ цѣлаго тѣла; т. е. столько разъ, сколько оно находится въ измѣряемомъ тѣлѣ.

237. Заключимъ изъ предъидущаго, что, дабы найти толстоту прямаго цилиндра или наклоннаго, должно также умножить площадь основанія на высоту сего цилиндра, понеже цилиндръ равенъ призьмѣ того же съ нимъ основанія и высоты (234).

## О толстотѣ пирамидъ.

238. Припомнимъ, что было сказано (201); и приложивъ оное къ пирамидамъ, можемъ заключить изъ того, что ежели двѣ пирамиды JABCDF, JKLM (ф. 115) тойже высоты будутъ разсѣчены тоюже плоскостію ge, параллельною

плоскости ихъ основанія (*), сѣченія abcdf, klm будутъ между собою въ содержаніи ихъ основаній ABCDF, KLM, чего ради будутъ и равны, когда сіи основанія равны. Естьли представимъ опять сіи пирамиды разсѣченными плоскостію параллельною плоскости ge, и очень къ ней близко, очевидно, что сіи два толстые слоя, содержимые между сими двумя плоскостями очень близкими одна къ другой, должны быть также между собою въ содержаніи основаній: ибо число толстыхъ точекъ потребныхъ для наполненія сихъ двухъ слоевъ равной толщины, зависитъ единственно отъ величины соотвѣтствующихъ сѣченій. Съ симъ подлогомъ, поелику двѣ пирамиды суть тойже высоты, не можемъ представить чтобъ находилось больше слоевъ въ одной пирамидѣ, нежели въ другой. И такъ поелику соотвѣтствующіе слои, всегда въ содержаніи основаній; сумма сихъ слоевъ и слѣдственно толстоты пирамидъ будутъ между собою, какъ ихъ основанія. Чего ради толстоты двухъ пирамидъ тойже высоты суть между собою, какъ основанія сихъ пирамидъ, и слѣдовательно пирамиды равныхъ основаній и равныхъ высотъ, равны толстотою, какихъ бы различныхъ фигуръ сверхъ сего основанія ихъ ни были.

## Мѣра толстоты пирамидъ.

239. Понеже измѣрять тѣло есть не иное что, какъ сыскать сколько разъ содержитъ оно въ себѣ другое извѣстное тѣло, или, вообще, сыскать, какое содержаніе имѣетъ оно къ другому извѣстному тѣлу; по сему, дабы быть въ состояніи измѣрять пирамиды, не остается намъ дру-

---

* Для бóльшей простоты мы полагаемъ, что вершины сихъ пирамидъ находятся въ одной точкѣ и основанія помѣщены на тойже плоскости GE.

гаго, какъ сыскать въ какомъ содержанїи онѣ къ призьмамъ, что мы и намѣрены основать въ слѣдующемъ предложенїи.

240. Всякая пирамида есть треть призмы, имѣющей съ нею тоже основанїе и туже высоту.

Для утвержденїя сего предложенїя довольно будетъ показать, что треугольная пирамида есть треть треугольной призьмы, имѣющей тоже съ нею основанїе и туже высоту; ибо всегда можно представить призьму, какъ составленную изъ столь многихъ треугольныхъ призьмъ, и пирамиду, какъ составленную изъ столь многихъ треугольныхъ пирамидъ, сколько можно представить треугольниковъ во многоугольникѣ, служащемъ основанїемъ одной и другой. Смотри ф. 118.

Какимъ же образомъ можно убѣдить себя въ истиннѣ предложенїя о треугольной пирамидѣ, сный есть слѣдующїй: Пусть ABCDEF (ф. 133) будетъ треугольная призьма: вообрази, что на плоскостяхъ AE, CE сея призьмы проведены двѣ дїагонали BD, BF, и что чрезъ сїи дїагонали проведена плоскость BDF; сїя плоскость отрѣжетъ отъ призьмы пирамиду тогоже основанїя и тойже высоты съ сею призьмою, понеже она имѣетъ вершину свою въ B на верхнемъ основанїи, а основанїе ея на нижнемъ основанїи призьмы DEF. Сїю отдѣленную пирамиду можно видѣть въ фигурѣ 134; а фигура 135 представляетъ, что осталось отъ призьмы.

Сей остатокъ можно представить себѣ, какъ обращенный или лежащїй на плоскости ADFC; и тогда будетъ видно, что сїя пирамида есть четыреугольная, имѣющая основанїемъ параллелограммъ ADFC, а вершиною точку B; по чему, естьли представимъ, что на основанїи ADFC проведена дїагональ CD, можно себѣ представить,

что цѣлая пирамида ADFCB составлена изъ двухъ треугольныхъ пирамидъ ADCB, CFDB, кои будутъ имѣть основанїями два равные треугольника ACD, CDF, а вершиною общую точку B, и кои слѣдственно будутъ равны (238). И такъ изъ сихъ двухъ пирамидъ одна, а именно пирамида ADCB, можетъ быть представлена, какъ имѣющею основанїемъ треугольникъ ABG, т. е. верхнее основанїе призьмы, а вершиною точку D, принадлежавшую къ нижнему основанїю; по сему сїя пирамида равна пирамидѣ DEFB (ф. 134), понеже она имѣетъ тоже основанїе и тужe высоту, что пирамида DEFB; чего ради три пирамиды DEFB, ADCB, CFDB равны между собою; и понеже, будучи соединены, составляютъ призьму, изъ сего должно заключить, что каждая есть треть призьмы; по чему пирамида DEFB есть третїя часть призьмы ABCDEF имѣющей съ нею тоже основанїе и тужe высоту.

241. Понеже на конусъ можно смотрѣть, какъ на пирамиду, коея обмѣръ основанїя будетъ имѣть безчисленное множество сторонъ, а на цилиндръ, какъ на призьму, коея обмѣръ основанїя будетъ имѣть также безчисленное множество сторонъ, должно изъ сего заключить, что прямой конусъ, или наклонной, есть треть цилиндра тогоже основанїя и тойже высоты.

242. По сему, дабы сыскать толстоту пирамиды или какого либо конуса, должно умножить площадь основанїя на треть высоты.

243. Что касается до сысканїя толстоты отрѣзанной пирамиды или конуса, когда два супротивныя основанїя параллельны, должно найти высоту отрѣзка, и тогда легко уже сыскать толстоту цѣлой пирамиды и ея отрѣзка, слѣд-

ственно и самой отрѣзанной пирамиды. На примѣръ въ фигурѣ 115, естьли желаю сыскать толстоту отрѣзанной пирамиды KLMklm, вижу (242), что должно умножить площадь KLM на третью часть высоты JP; равнымъ образомъ умножить площадь klm на третью часть высоты jp, и сіе послѣднее произведеніе вычесть изъ перваго; но какъ неизвѣстны ни высота цѣлой пирамиды, ни отрѣзка; то одну и другую опредѣляшъ слѣдующимъ образомъ. Видѣли мы выше (199), что линеи JL, jM, JP и пр. разсѣчены пропорціонально плоскостію ge, и что онѣ къ частямъ ихъ jl, lm, jp содержатся какъ LM: lm, по сему будетъ:

$$LM : lm :: JP : jp;$$

чего ради (Ариө. 184) $LM - lm : LM :: JP - jp : JP$; то есть, $LM - lm : LM :: Pp : JP$.

И такъ, когда знаютъ отрѣзанную пирамиду, легко могутъ измѣрить стороны LM, lm и высоту Pp; слѣдовательно по сей пропорціи могутъ сыскать четвертый членъ JP (Ариө. 179) или высоту цѣлой пирамиды; и отнявъ отъ нея высоту отрѣзанной пирамиды, будутъ имѣть высоту отрѣзка.

## О толстотѣ шара, его секторовъ и сегментовъ или отсѣковъ.

244. Дабы сыскать толстоту шара, должно умножить поверхность его на треть радіуса.

Ибо можно смотрѣть на поверхность шара, какъ на составъ безчисленнаго множества плоскостей безпредѣльно малыхъ, изъ коихъ каждая служитъ основаніемъ маленькой пирамидѣ, имѣющей вершину свою въ центрѣ шара, и коея слѣдственно высота есть радіусъ. И какъ каждая изъ

сихъ маленькихъ пирамидъ равна (242) произведенїю своего основанїя на треть высоты, т. е. на треть радїуса, всѣ онѣ вмѣстѣ будутъ равны произведенїю суммы всѣхъ ихъ основанїй на треть радїуса, т. е. равны произведенїю поверхности шара на треть радїуса.

245. Поелику поверхность шара есть (224) въ четверо больше площади одного изъ своихъ великихъ круговъ, по сему можно, для сысканїя толстоты шара, умножить треть радїуса на четырежды площадь одного изъ великихъ круговъ, или четырежды треть радїуса на площадь одного изъ великихъ круговъ, или на конецъ $\frac{2}{3}$ дїаметра на площадь одного изъ великихъ круговъ.

246. Для сысканїя толстоты цилиндра, мы видѣли, что должно было умножить площадь основанїя на высоту. По сему естьли потребна будетъ толстота цилиндра, описаннаго около шара (ф. 130), можно сказать, что его толстота равна произведенїю одного изъ великихъ круговъ шара на дїаметръ; а какъ толстота шара равна произведенїю одного изъ великихъ круговъ на $\frac{2}{3}$ дїаметра; слѣдовательно, толстота шара есть $\frac{2}{3}$ толстоты цилиндра описаннаго.

247. На выпуклость сектора шара AGBHEA, служащую основанїемъ сектору CBGEHA (ф. 128), можемъ такъ же смотрѣть, какъ на составъ безчисленнаго множества плоскостей, безпредѣльно малыхъ, по чему и на самой секторъ шара можно взирать, какъ на составъ безчисленнаго множества пирамидъ, кои всѣ имѣютъ высотою радїусъ, и коихъ сумма основанїй составляетъ поверхность сектора. По сему секторъ шара равенъ произведенїю поверхности выпуклости сектора шара на $\frac{1}{3}$ радїуса. Мы видѣли (225), какъ находится поверхность оныя выпуклости.

248. Что касается до сегмента или отрѣзка; какъ онъ есть, не иное что, какъ самый секторъ CBGENA безъ конуса CBGEN; то, поелику показанъ уже (247) и (242) способъ находить толстоту сихъ двухъ тѣлъ, ничего намъ не остается говорить объ ономъ.

## О измѣреніи другихъ тѣлъ.

249. Что касается до другихъ тѣлъ, ограниченныхъ плоскими поверхностями, средство естественно представляющееся для ихъ измѣренія есть сіе: должно вообразить ихъ, составленными изъ пирамидъ, кои основаніями своими имѣютъ сіи плоскія поверхности, а общею вершиною одинъ изъ угловъ предлагаемаго тѣла; но какъ сіе средство бываетъ не только рѣдко выгодно, но сверхъ сего не столь скоропѣшно и свойственно для практики, мы предложимъ здѣсь слѣдующее тѣмъ съ большею охотою, что оно съ пользою можетъ употреблено быть для измѣренія толстоты трюма корабля. Что мы и покажемъ, утвердивъ слѣдующія предложенія.

250, Отрѣзанная призьма называется тѣло ABCDEF (ф. 136), кое остается, когда отъимутъ часть призьмы плоскостію ABC, наклонною къ основанію.

251. Треугольная отрѣзанная призма, составлена изъ трехъ пирамидъ, изъ коихъ каждая имѣетъ основаніемъ, основаніе DEF призмы, вершинами же первая имѣетъ точку B, вторая A, третія C.

Съ малымъ вниманіемъ можно представить себѣ сію отрѣзанную призьму, какъ составленную изъ двухъ пирамидъ, одной треугольной, имѣющей вершиною точку B, а основаніемъ треугольникъ DEF; другой четыреугольной, коея вер-

шина таже точка в, а основанїе четыреугольникъ ADFC.

Ежели проведемъ дїагональ AF, можно представить четыреугольную пирамиду BADFC, какъ составленную изъ двухъ треугольныхъ пирамидъ BADF, BACF. И такъ пирамида BADF равна толстотою пирамидѣ EADF, которая, имѣя тоже основанїе ADF, будетъ имѣть вершиною своею точку E; ибо, когда линея BE параллельна къ плоскости ADF, сїи двѣ пирамиды будутъ имѣть туже высоту; но на пирамиду EADF можно смотрѣть, какъ на имѣющую основанїе EDF, а вершину, точку A. Чего ради по сихъ поръ видимъ двѣ изъ трехъ пирамидъ, изъ коихъ, мы сказали, отрѣзанная призма должна быть составлена; по сему осталось только показать, что пирамида BACF равна толстотою пирамидѣ, коя будетъ имѣть основанїемъ EDF, а вершиною точку C. Сїе легко видѣть, когда проведемъ дїагональ CD, и примѣтимъ, что пирамида BACF должна быть равна пирамидѣ EDCF; потому что сїи двѣ пирамиды имѣютъ вершинами ихъ B и E на тойже линеи BE, параллельной къ плоскости ихъ основанїй ACFD, и что сїи основанїя ACF и CFD равны, поелику онѣ суть треугольники, имѣющїе тоже основанїе CF, и заключенные между тѣми же параллельными AD и CF. И такъ пирамида BACF равна пирамидѣ EDCF; но на оную можно смотрѣть, какъ на имѣющую основанїемъ DEF, а вершиною точку C: слѣдовательно самою вещїю отрѣзанная призьма составлена изъ трехъ пирамидъ, имѣющихъ основанїемъ общїй треугольникъ DEF, вершинами же первая точку B, вторая точку A, третїя C.

252. По чему, дабы сыскать толстоту треугольной отрѣзанной призьмы, должно опустить отъ каждаго изъ угловъ верьхняго

основанія перпендикуляръ на нижнее, и умножить нижнее основаніе на треть суммы сихъ трехъ перпендикуляровъ.

253. Изъ сего предложенія можно вывесть многія последствія для измеренія отрезанныхъ призмъ, не только треугольныхъ, но и другихъ, сверхъ сего даже и другихъ телъ: естьли представятъ, на примеръ, что изъ всехъ угловъ тела ограниченнаго плоскими поверхностями, проведены на туже плоскость, взятую по произволенію, перпендикуляры, отъ чего произойдетъ столько отрезанныхъ призьмъ, сколько будетъ плоскостей въ теле. И какъ всякую отрезанную призьму легко измерить по предложенному нами; по чему всякое тело, ограниченное плоскими поверхностями, столь же легко можетъ измерено быть на техъ же началахъ. Не будемъ входить въ сіи подробности, а положимъ себе за пределъ вывесть последствіе полезное нашему предмету.

254. Чего ради пусть будетъ ABCDEFGH (ф. 137) тело, составленное изъ двухъ треугольныхъ отрезанныхъ призьмъ ABCEFG, ADCEHG, коихъ надстоящія AE, BF, CG, DH пусть будутъ перпендикулярны къ основанію, и кои пусть будутъ такія призьмы, что основанія ихъ EFG, EHG составляютъ параллелограммъ EFGH; а верьхнія основанія, дабы предложеніе было генеральнее, пусть будутъ две плоскости, наклоняющіяся въ разныя стороны къ основанію EFGH. Изъ вышесказаннаго (252) следуетъ, что тело ABCDEFG равно треугольнику EFG, умноженному на $\frac{BF+2AE+2GC+HD}{3}$; ибо отрезанная призьма ABCEFG равна (252) треугольнику EFG умноженному на $\frac{BF+AE+GC}{3}$; и по тойже причине, отрезанная призьма ADCEHG равна треугольнику EHG, или (что все тоже) треугольнику EFG

умноженному на $\frac{AE+GC+HD}{3}$; слѣдовательно сумма сихъ двухъ отрѣзанныхъ призьмъ равна треугольнику EFG, умноженному на $\frac{BF+2AE+2GC+HD}{3}$.

Пусть теперь будетъ тѣло (ф. 138), содержимое въ двухъ параллельныхъ плоскостяхъ ABLM, ablm, и въ другихъ двухъ ABba, MLlm, параллельныхъ между собою и перпендикулярныхъ къ плоскости BLlb, и наконецъ въ кривой поверхности AHMmha; и представимъ сіе тѣло разсѣченное плоскостями cd, ef, gh и проч. параллельными плоскости ABba, равно одна отъ другой отстоящими, и толико сближенными, чтобъ AD, ad, DF, df и проч. можно было взять за прямыя линеи. Положимъ на конецъ, что двѣ плоскости ABLM, ablm такъ близки одна къ другой, что можно смотрѣть, безъ ощутительной погрѣшности, на сѣченія Dd, Ff, Hh и проч. какъ на прямыя линеи; очевидно, что части тѣла ADdabBCc, DFfdcCEe и проч. находятся въ томъ же случаѣ, какъ и тѣло въ 137 фигурѣ. По чему сумма сихъ тѣлъ будетъ равна треугольнику bBC, умноженному на $\frac{AB+2ab+2CD+cd}{3}+\frac{CD+2cd+2EF+ef}{3}+\frac{EF+2ef+2GH+gh}{3}+\frac{GH+2gh+2JK+ik}{3}+\frac{JK+2ik+2LM+lm}{3}$; то есть, когда соберешь подобныя количества, сумма будетъ равна треугольнику bBC, умноженному на $\frac{1}{3}AB+\frac{2}{3}ab+CD+cd+EF+ef+GH+gh+JK+ik+\frac{2}{3}LM+\frac{1}{3}lm$. И какъ треугольникъ bBC равенъ $\frac{Bb\times BC}{2}$, цѣлое тѣло будетъ равно $\frac{Bb\times BC}{2}\times(\frac{1}{3}AB+\frac{2}{3}ab+CD+cd+EF+ef+GH+gh+JK+ik+\frac{2}{3}LM+\frac{1}{3}lm)$.

Дабы изобразить сіе выраженіе простѣе, замѣтимъ сіе, что ежели бы вмѣсто $\frac{1}{3}AB+\frac{2}{3}ab+\frac{2}{3}LM+\frac{1}{3}lm$, находящихся между скобками, было количество $\frac{1}{2}AB+\frac{1}{2}ab+\frac{1}{2}LM+\frac{1}{2}lm$, предложенное

тѣло было бы равно половинѣ суммы двухъ поверхностей ABLM, ablm, умноженной на толщину тѣла Bb: ибо (154) площадь ABLM равна $BC \times (\frac{1}{2}AB + CD + EF + GH + JK + \frac{1}{2}LM)$, а площадь ablm, по тойже причинѣ, равна bc или $BC \times (\frac{1}{2}ab + cd + ef + gh + ik + \frac{1}{2}lm)$; по чему половина суммы сихъ двухъ площадей, умноженная на толщину Bb, будетъ $\frac{Bb \times BC}{2} \times (\frac{1}{2}AB + \frac{1}{2}ab + CD + cd + EF + ef + GH + gh + JK + ik + \frac{1}{2}LM + \frac{1}{2}lm)$; слѣдовательно предложенное тѣло не инымъ различествуетъ отъ сего произведенія, какъ количествомъ, коимъ $\frac{Bb \times BC}{2} \times (\frac{1}{3}AB + \frac{2}{3}ab + \frac{2}{3}LM + \frac{1}{3}lm)$ превосходитъ количество $\frac{Bb \times BC}{2} \times (\frac{1}{2}AB + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}LM + \frac{1}{2}lm)$; чего ради и легко видѣть (Ариѳ. 103), что сія разность есть $\frac{Bb \times BC}{2} \times (\frac{1}{6}ab - \frac{1}{6}AB + \frac{1}{6}LM - \frac{1}{6}lm)$; почему искомое тѣло равно $\frac{Bb \times BC}{2} \times (\frac{1}{2}AB + \frac{1}{2}ab + CD + cd + EF + ef + GH + gh + JK + ik + \frac{1}{2}LM + \frac{1}{2}lm) + \frac{Bb \times BC}{2} \times (\frac{1}{6}ab - \frac{1}{6}AB + \frac{1}{6}LM - \frac{1}{6}lm)$; и такъ удобно примѣтить, что $\frac{1}{6}ab - \frac{1}{6}AB + \frac{1}{6}LM - \frac{1}{6}lm$ есть количество очень малое въ сравненіи съ количествомъ находящимся между двумя перьвыми скобками; поелику, когда двѣ плоскости ABLM, ablm полагаются мало отстоящими, разность линей AB и ab и линей LM и lm не можетъ быть, какъ самое малое количество. По сему толстоту сего тѣла можно выразить, $\frac{Bb \times BC}{2} \times (\frac{1}{2}AB + \frac{1}{2}ab + CD + cd + EF + ef + GH + gh + JK + ik + \frac{1}{2}LM + \frac{1}{2}lm)$; т. е. $Bb \times (\frac{ABLM + ablm}{2})$

Чего ради можно сказать, что для сысканія толстоты въ отрѣзкѣ тѣла, содержимомъ въ двухъ параллельныхъ плоскостяхъ, мало одна отъ другой отстоящихъ, и какой бы фигуры онѣ ни были, должно умножить половину суммы сихъ двухъ поверхностей на толщину сего отрѣзка.

255, Ежели бы толщина въ отрѣзка была очень велика, такъ что не можно бы было взять линей AA, Dd за прямыя линеи; тогда должно представить тѣло раздѣленное на многїе слои, равныя толщины, плоскостями параллельными одной изъ поверхностей ABLM, ablm, и измѣряя сїи поверхности ABLM, ablm и ихъ параллельныя, могли бы мы получить толстоту, сложивъ всѣ среднїя поверхности и половину суммы двухъ крайнихъ ABLM, ablm, и сїю сумму умноживъ на толщину одного изъ слоевъ. Сїе есть непосредственное послѣдствїе того, о чемъ мы недавно говорили.

Теперь очень легко сдѣлать прикладъ онаго къ измѣренїю части трюма, кою грузъ подавляетъ въ воду. Измѣряемъ площади двухъ горизонтальныхъ сѣченїй, дѣлаемыхъ поверхностїю воды, когда судно нагружено и когда оно пусто. Сїи двѣ площади сложимъ, и половину ихъ суммы умножимъ на разстоянїе сихъ двухъ плоскостей, т. е. на толщину слоя, который сїи плоскости содержатъ.

Естьлибъ угодно было сыскать толстоту всего трюма, тогда бы поступили, какъ сказано (255); но должно бы было на него смотрѣть какъ на разсѣченный на многїе слои, однако не параллельные сѣченїю поверхности воды, но перпендикулярные къ длинѣ судна.

Когда измѣряютъ толстоту части трюма, кою грузъ потопляетъ, можно довольствоваться измѣренїемъ поверхности сѣченїя, взятаго въ равномъ разстоянїи отъ двухъ сѣченїй, о коихъ мы упомянули выше, и умножить ее, какъ прежде, на толщину слоя: ибо сїе среднее сѣченїе всегда будетъ различествовать очень мало отъ половины суммы двухъ другихъ.

Между нѣкоторыми предметами, о коихъ мы разсуждаемъ въ прикладѣ Алгебры къ Геометрїи, найдутся средства къ измѣренїю гораздо вѣрнѣйшїя; однако и теперь предложенныя нами, будутъ всегда достаточны, лишь бы только площади были измѣряемы съ довольною точностїю, и сдѣлано бы было больше слоевъ, когда толщина будетъ велика.

Въ четвертой части сего курса увидимъ, что грузъ судна равенъ тяжести количества воды, равнаго количеству части трюма, кою онъ потопляетъ; по сему какъ скоро вычислятъ толстоту сего отрѣзка въ кубическихъ футахъ, ежели потребуется узнать вѣсъ груза, должно только умножить число кубическихъ футъ на 72 фута морской воды; на какъ всегда вычисляютъ сей грузъ бочками, вмѣсто чтобъ умножить на 72, и потомъ раздѣлить на 2000, что будетъ нужно для приведенїя въ бочки, раздѣли число кубическихъ футъ на 28, потому что 28 разъ 72 дѣлаютъ точки 2000, и сколько разъ 28 будетъ содержаться въ измѣренной толстотѣ, столько будетъ и бочекъ.

## О измѣренїи тѣлъ саженями.

256. По объясненїи (155) измѣренїя поверьхностей саженями, очень мало остается намъ говорить о измѣренїи тѣлъ.

Дабы сыскать толстоту тѣла въ кубическихъ саженяхъ и частяхъ кубической сажени, надобно знать, что кубическая сажень имѣетъ 343 фута, поелику кубъ изъ линеи имѣющей 7 футъ въ длину, состоитъ изъ 343 футъ.

Кубическїй футъ содержитъ въ себѣ 1728 кубическихъ дюймовъ; а кубическїй дюймъ 1728 линей, и такъ далѣе.

257. По сему для сысканія толстоты тѣла въ кубическихъ саженяхъ, футахъ, дюймахъ, обыкновенно проиводятъ въ нижній сортъ всѣ три его измѣренія, и приведенныя такимъ образомъ умножаютъ одно на другое; а дабы привести произведеніе изъ нижшаго въ вышшій, (полагая, что нижшій сортъ былъ точки), раздѣляемъ сысканное произведеніе на 1728, 1728, 1728, и 343 по очереди, и такъ далѣе.

258. Положимъ, что данъ будетъ параллелепипедъ, у коего 1 с. 2 ф. $8\frac{2}{5}$ д. въ длину; 5 ф. $11\frac{1}{2}$ д. въ ширину и 2 с. 4 ф. $7\frac{3}{4}$ д. въ высоту, и коего потребно сыскать толстоту; поступаю такъ: привожу всѣ его три измѣренія въ нижній сортъ.

$$1с \times 7 = 7ф + 2ф = 9ф \times 12 = 108д + 8\tfrac{2}{5} = 116\tfrac{2}{5}д.$$
$$5ф \times 12 = 60д + 11\tfrac{1}{2} = 71\tfrac{1}{2}д.$$
$$2с \times 7 = 14ф + 4 = 18ф \times 12 = 216д + 7\tfrac{3}{4} = 223\tfrac{3}{4}д;$$

потомъ умножаю сіи приведенныя одно на другое, т. е. $116\frac{2}{5}д = \frac{582}{5} \times \frac{143}{2} = \frac{41613}{5} = 8322\frac{3}{5}$, сіе будетъ площадь основанія; и естьли оную умножу высотою, а именно $\frac{41613}{5} \times \frac{895}{4} = \frac{7448727}{4} = 1862181\frac{3}{4}$ ддд: получу толстоту параллелепипеда въ кубическихъ дюймахъ.

259. Дабы оные привести въ сажени, футы и проч. раздѣляю ихъ прежде на 1728, частное же, изъ сего дѣленія произшедшее, на 343: чрезъ что найду, сколько въ толстотѣ кубическихъ саженъ, футъ и дюймовъ, а именно $1862181\frac{3}{4} = \frac{7448727}{4} \times \frac{1}{1728} = 1077$. ффф, $1125\frac{3}{4}$ ддд. Когдаже частное 1077 раздѣлю на 343, т. е. $\frac{1077}{343} = 3$ ссс, 48 ффф, и прибавлю остальные $1125\frac{3}{4}$ ддд, будетъ толстота параллелепипеда 3 ссс, 48 ффф $1125\frac{3}{4}$ ддд.

260. Понеже для сыскания толстоты призмы должно умножить площадь ея основания на ея высоту; изъ сего слѣдуетъ, какъ находить ее высоту или основание, когда даны будутъ толстота и основание, или толстота и высота; а имянно: толстоту должно раздѣлять на основание, ежели потребно знать высоту; а на высоту, когда потребно основание. Но надобно замѣтить, что въ строгости не толстоту раздѣляютъ по справедливости на основание или высоту, но тѣло на тѣло. Самою вещию видно, что когда измѣряемъ тѣло, не иное дѣлаемъ, какъ повторяемъ другое, того же съ нимъ основания, столько разъ, сколько высота его содержится въ высотѣ измѣряемаго; или повторяемъ тѣло той же высоты столько разъ, сколько площадь основания его содержится въ основании измѣряемаго. Посему, когда извѣстны будутъ толстота и наприм: площадь основания, дабы сыскать высоту, должно искать, сколько разъ предложенная толстота содержитъ въ себѣ толстоту тѣла тогоже съ нимъ основания, и частное числомъ единицъ своихъ покажетъ число частей высоты.

Съ симъ подлогомъ, ежели въ призьмѣ, коея толстота 3 ссс. 48 ффф, $1125\frac{3}{4}$ ддд, а площадь основания 1 сс, 8 фф. $114\frac{3}{5}$ дд, потребно узнать высоту, тогда площадь основания представляютъ тѣломъ, кое имѣетъ высотою единицу нижшихъ мѣръ основания, какъ на прим: здѣсь дюймъ, (которая и въ умножении и въ дѣлении никакой перемѣны не производитъ), и раздѣляютъ бóльшее тѣло на мéньшее: частное, числомъ своихъ единицъ покажетъ число нижшихъ мѣръ въ высотѣ. А какъ высота лежитъ между двумя точками, посему и имѣетъ одно протяжение; чего ради и мѣра сего протяжения будетъ простая, а не квадратная.

Итакъ, дабы рѣшить предложенной вопросъ, какъ сыскать высоту призьмы, коея толстота 3 ссс, 48 ффф, $1125\frac{3}{4}$ ддд, а площадь основанія 1 сс, 8 фф. $114\frac{3}{5}$ дд: поступаемъ слѣдующимъ образомъ: $3^{c} \times 343 = 1029$ ф. $+ 48 = 1077$ ф $\times 1728 = 1861056$ д $+ 1125\frac{3}{4} = 1862181\frac{3}{4}$ ддд.

$1^{c} \times 49 = 49$ ф $+ 8 = 57$ ф $\times 144 = 8208$ д $+ 114\frac{3}{5} = 8322\frac{3}{5}$ дд, и раздѣливъ первое на послѣднее, то есть: $\frac{7448727 \times 5}{4 \times 41613} = 223\frac{3}{4}$, сїе будетъ высота въ дюймахъ, кои обративъ въ вышшїй сортъ, какъ прежде видѣли, получимъ высоту 2 с, 4 ф, $7\frac{3}{4}$ д.

Ежели толстота и высота извѣстны, а потребно сыскать основанїе, мы и въ семъ случаѣ данную высоту представляемъ тѣломъ, у коего площадь основанїя единица нижшей мѣры данныя высоты. Но какъ всякая площадь имѣетъ два протяженїя, длину, и ширину, слѣдственно и мѣра ея будетъ мѣра квадратная, а не простая: по сему и дѣленїе отправится по предписанному правилу (Ариѳ. 124 и слѣд.) *

## О измѣренїи лѣсовъ.

261. Послѣ говореннаго нами о измѣренїи вообще, очень мало остается сказать о измѣренїи лѣсовъ.

Въ мореходствѣ измѣряютъ лѣса кубическими футами, и кубическими частями кубическаго фута; и такъ должно только измѣрить протяженїя футами и частями фута, кои приведши въ нижшїй сортъ, и умноживъ между собою, обращаютъ въ кубическія линеи, кубическїе дюймы, кубическїе футы, какъ показано было выше.

---

* Примѣровъ здѣсь не полагаю, поелику всякъ изъ упражняющихся можетъ найти довольное ихъ число въ другихъ книгахъ.

Что касается до измѣренія лѣсовъ соливами, т. е. параллелепипедами, кои имѣютъ высоту въ двѣ сажени, а основаніе 49 квадратныхъ дюймовъ, таковой образъ измѣренія ихъ здѣсь не въ употребленіи, по сему и описаніе его оставляется.

## О содержаніяхъ тѣлъ вообще.

262. Сравнивать два тѣла, называется, сыскивать, сколько разъ число мѣръ нѣкотораго роду, содержимыхъ въ одномъ изъ сихъ тѣлъ, содержитъ въ себѣ число мѣръ тогоже роду, содержимыхъ въ другомъ.

263. Двѣ призьмы, или два цилиндра, или одна призьма и одинъ цилиндръ, суть между собою, какъ произведенія ихъ основаній на ихъ высоты. Сіе очевидно, понеже каждое изъ сихъ тѣлъ равно произведенію своего основанія на свою высоту, какой бы фигуры при томъ основаніе ни было.

Слѣдовательно, призьмы или цилиндры, или призьмы и цилиндры той же высоты, суть между собою, какъ ихъ основанія; и призьмы и цилиндры того же основанія, суть между собою, какъ ихъ высоты. Ибо содержаніе произведеній основаній на высоты не перемѣнится, по оставленіи общаго сомножителя, который въ нихъ находится, когда основаніе или высота есть тоже въ двухъ тѣлахъ.

По чему и двѣ всякія пирамиды, или два конуса, или пирамида и конусъ, суть въ содержаніи ихъ высотъ, когда основанія ихъ равны: ибо каждое изъ сихъ тѣлъ есть треть призьмы тогоже основанія и тойже высоты (240).

264. Толстоты подобныхъ пирамидъ суть между собою, какъ кубы высотъ сихъ пирамидъ, или вообще, какъ кубы двухъ сходственныхъ линей сихъ пирамидъ.

Ибо двѣ подобныя пирамиды могутъ быть представлены двумя такими пирамидами, какъ JABCDF, jabcdf (ф. 115), понеже сїи двѣ пирамиды составлены изъ тогоже числа подобныхъ плоскостей, каждыя каждой и подобно положенныхъ. Двѣ же пирамиды суть вообще, какъ произведенїя ихъ основанїй на ихъ высоты, а основанїя, кои здѣсь фигуры подобныя, суть между собою, какъ квадраты высотъ JP, jp (202): двѣ пирамиды будутъ между собою, какъ произведенїя квадратовъ высотъ, на самыя высоты; ибо можно (99) вмѣсто содержанїя основанїй вставить содержанїе квадратовъ высотъ. И понеже (213) высоты суть пропорцїональны всѣмъ другимъ сходственнымъ протяженїямъ; по чему и кубы ихъ будутъ также пропорцїональны кубамъ сходственныхъ протяженїй (Ариѳ. 191); слѣдовательно вообще двѣ подобныя пирамиды суть между собою, какъ кубы ихъ сходственныхъ протяженїй.

265. По сему вообще толстоты двухъ подобныхъ тѣлъ суть между собою, какъ кубы ихъ сходственныхъ линей. Ибо подобныя тѣла могутъ раздѣлены быть на тоже число пирамидъ подобныхъ каждая каждой; и какъ всякїя двѣ изъ сихъ подобныхъ пирамидъ будутъ между собою въ томъ же содержанїи, понеже онѣ содержатся, какъ кубы сходственныхъ ихъ протяженїй, кои суть въ томъ же содержанїи со всякими другими двумя сходственными протяженїями; изъ сего слѣдуетъ, что сумма пирамидъ перьваго тѣла будетъ также къ суммѣ пирамидъ втораго въ томъ же содержанїи съ кубами сходственныхъ протяженїй.

По чему и толстоты шаровъ суть между собою, какъ кубы ихъ радїусовъ или дїаметровъ.

Чего ради приводя себѣ на память все предъидущее, видимъ, 1 е, что обмѣры подобныхъ фигуръ суть въ простомъ содержанiи сходственныхъ линей; 2 е, что площади подобныхъ фигуръ, какъ квадраты сходственныхъ сторонъ или линей; 3 е, что толстоты подобныхъ тѣлъ суть между собою, какъ кубы ихъ сходственныхъ линей.

И такъ естьли два подобныя тѣла, на прим. два шара, имѣютъ дiаметры ихъ въ содержанiи 1 : 3 : окружности великихъ ихъ круговъ будутъ также въ содержанiи 1 : 3 ; поверхности сихъ шаровъ будутъ въ содержанiи 1 : 9 ; а толстоты, какъ 1 : 27 ; т. е. что окружность одного изъ великихъ круговъ перьваго шара, трижды взятая, равна будетъ окружности одного изъ великихъ круговъ втораго; поверхность перваго, 9 разъ взятая, равна поверхности втораго; и на конецъ перьвый шаръ 27 разъ взятый, равенъ второму.

По сему, дабы сдѣлать тѣло подобное другому, и коего толстота была бы къ толстотѣ въ данномъ содержанiи, на прим. 2 хъ къ 3; должно ему дать такiя протяженiя, чтобъ кубъ одного какого нибудь изъ сихъ протяженiй былъ къ кубу сходственнаго протяженiя того тѣла, коему сiе должно быть подобно, какъ 2 : 3. На прим. ежели есть шаръ, коего дiаметръ 8 дюймовъ, и спрашивается, какой долженъ быть дiаметръ шара, который бы былъ $\frac{2}{3}$ перьваго ..... Должно будетъ сыскать четвертый членъ сея пропорцiи 1 : $\frac{2}{3}$ или 3 : 2 : : кубъ 8 ми, т. е. : : 512 къ четвертому. Сей четвертый членъ, который есть 341 $\frac{1}{3}$, будетъ кубъ искомаго дiаметра; чего ради извлекши кубическiй корень (Ариѳ. 259), получишь 6, 99 д. для сего дiаметра, т. е. почти 7 д. что можно повѣрить слѣдующимъ образомъ: Сыщемъ какiя суть толстоты двухъ шаровъ, изъ коихъ дiаметръ перьваго 8 д, а другаго 7 д: окружности

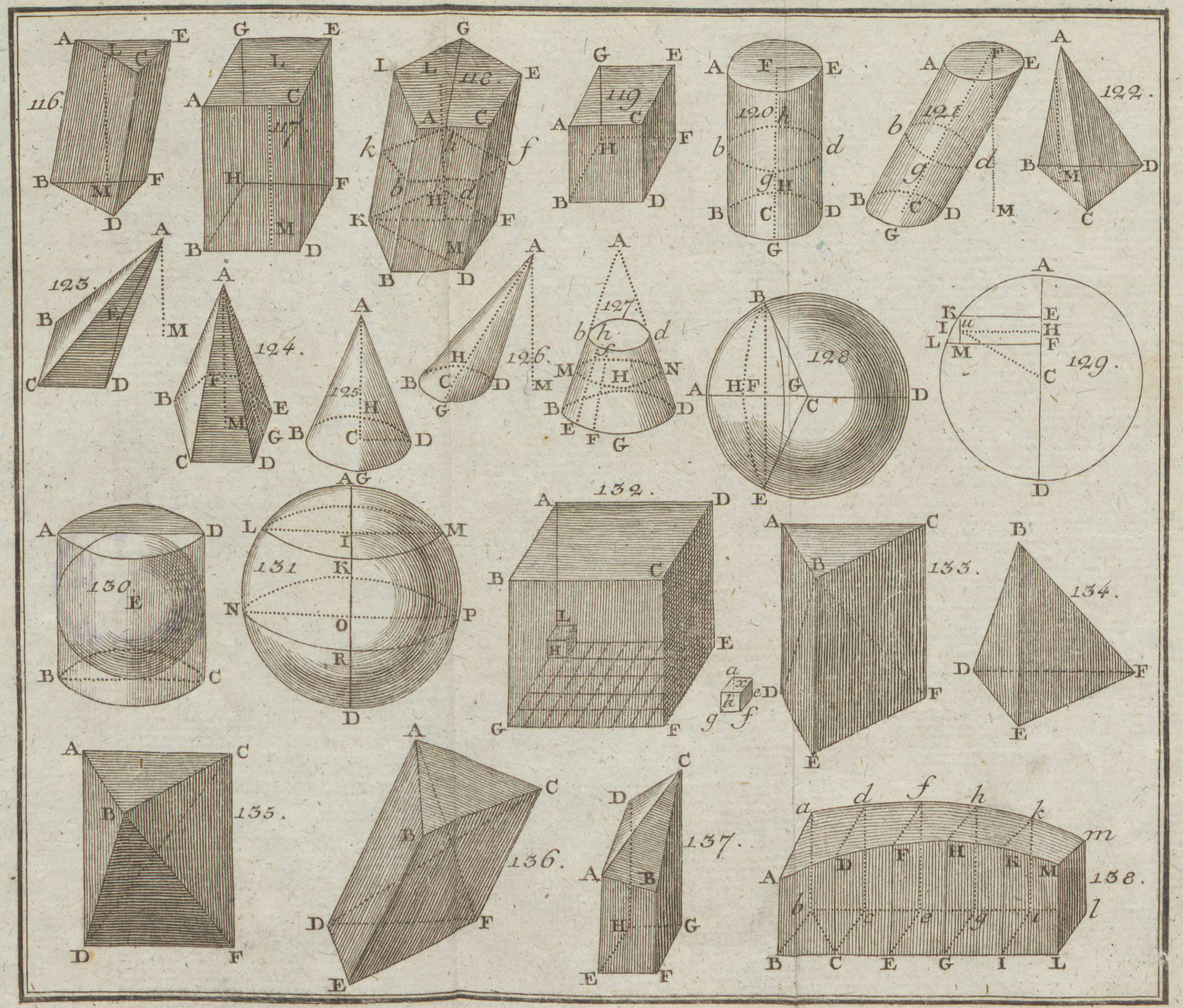
ихъ великихъ круговъ сыщутся по симъ двумъ пропорцїямъ (152):

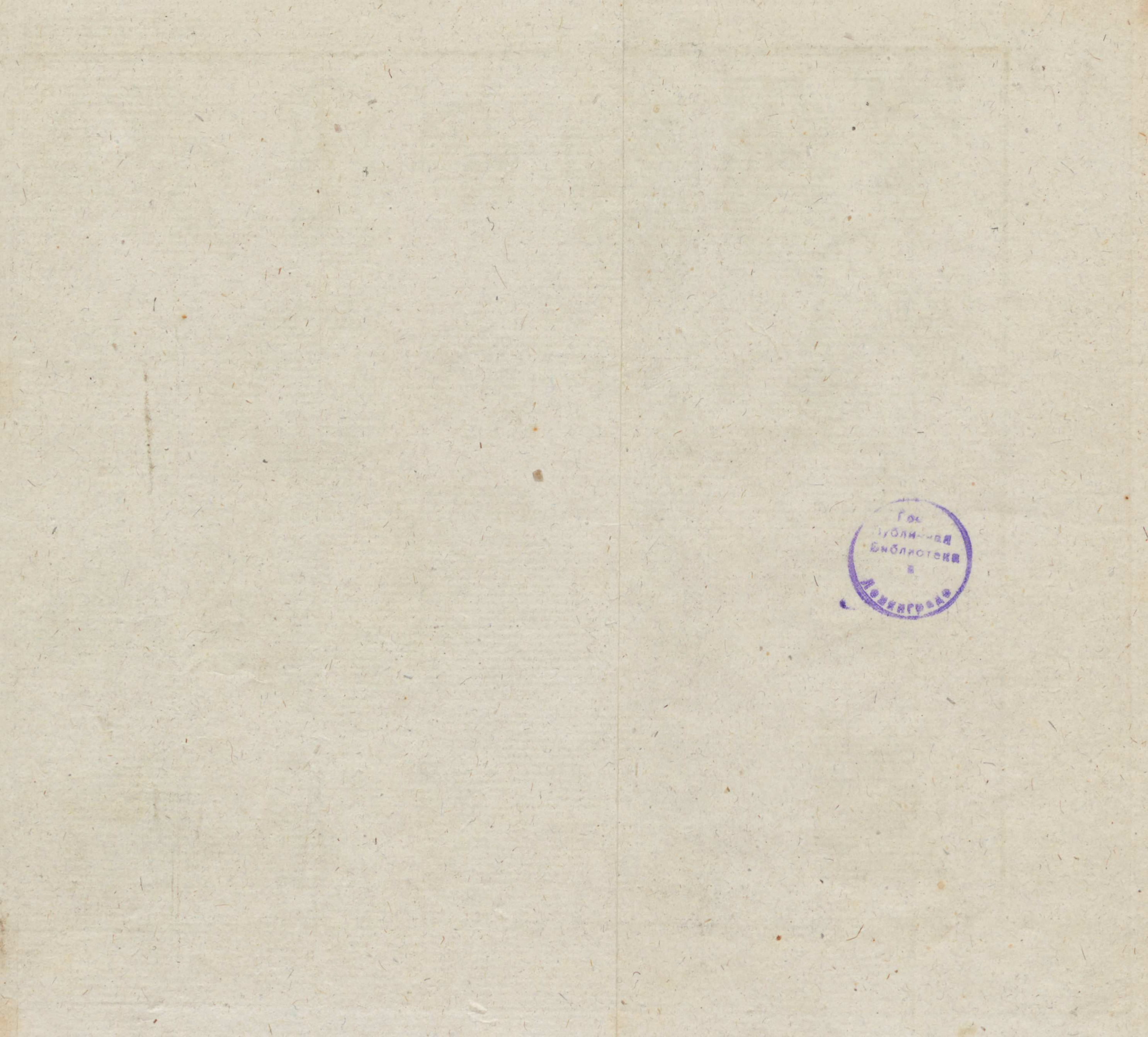
$$7 : 22 :: 8$$
$$7 : 22 :: 7$$

Четвертые члены суть $25\frac{1}{7}$ и 22. Умноживъ сїи окружности, каждую на свой дїаметръ, получишь (222) поверхности сихъ шаровъ, кои будутъ $201\frac{1}{7}$ и 154; на конецъ умноживъ сїи поверхности на $\frac{1}{3}$ ихъ радїусовъ, т. е. по порядку на шестину 8 ми или 7 ми, получишь толстоты $268\frac{4}{21}$ и $179\frac{2}{3}$, коихъ содержанїе есть тоже съ содержанїемъ $\frac{5632}{21} : \frac{539}{3}$ по приведенїи въ дроби, или (по умноженїи двухъ терминовъ послѣдней дроби на 7, и по оставленїи общаго знаменателя) тоже съ содержанїемъ 5632 къ 3773; и такъ (Ариѳ. 167) знаменатель содержанїя сихъ двухъ количествъ есть $1\frac{1852}{3373}$, т. е. по приведенїи въ десятичныя 1, 49; а содержанїе 3 хъ къ 2 есть 1, 5 или 1, 50 (Ариѳ. 30); почему разность ихъ есть только $\frac{1}{100}$; сїя разность произходитъ отъ того, что дїаметръ вычисленъ не съ надлежащею точностїю; сверхъ сего и содержанїе 7 къ 22 не есть точно содержанїе дїаметра къ окружности.

Въ тѣлахъ составленныхъ изъ тогоже вещества, тяжести суть пропорцїональны количеству вещества или толстотѣ; по чему когда извѣстна тяжесть одной пули извѣстнаго дїаметра, дабы найти оную въ другой пулѣ другаго дїаметра и тогоже вещества, должно сдѣлать сїю пропорцїю: кубъ дїаметра пули, коея тяжесть извѣстна, къ кубу дїаметра другой, какъ тяжесть первой къ четвертому члену, который будетъ тяжесть втораго.

Видѣли мы (162), что въ двухъ судахъ совершенно подобныхъ, парусности были бы, какъ квадраты высотъ мачтъ, и по тому сказали мы, какъ квадраты долготъ судна, понеже вѣ сход-



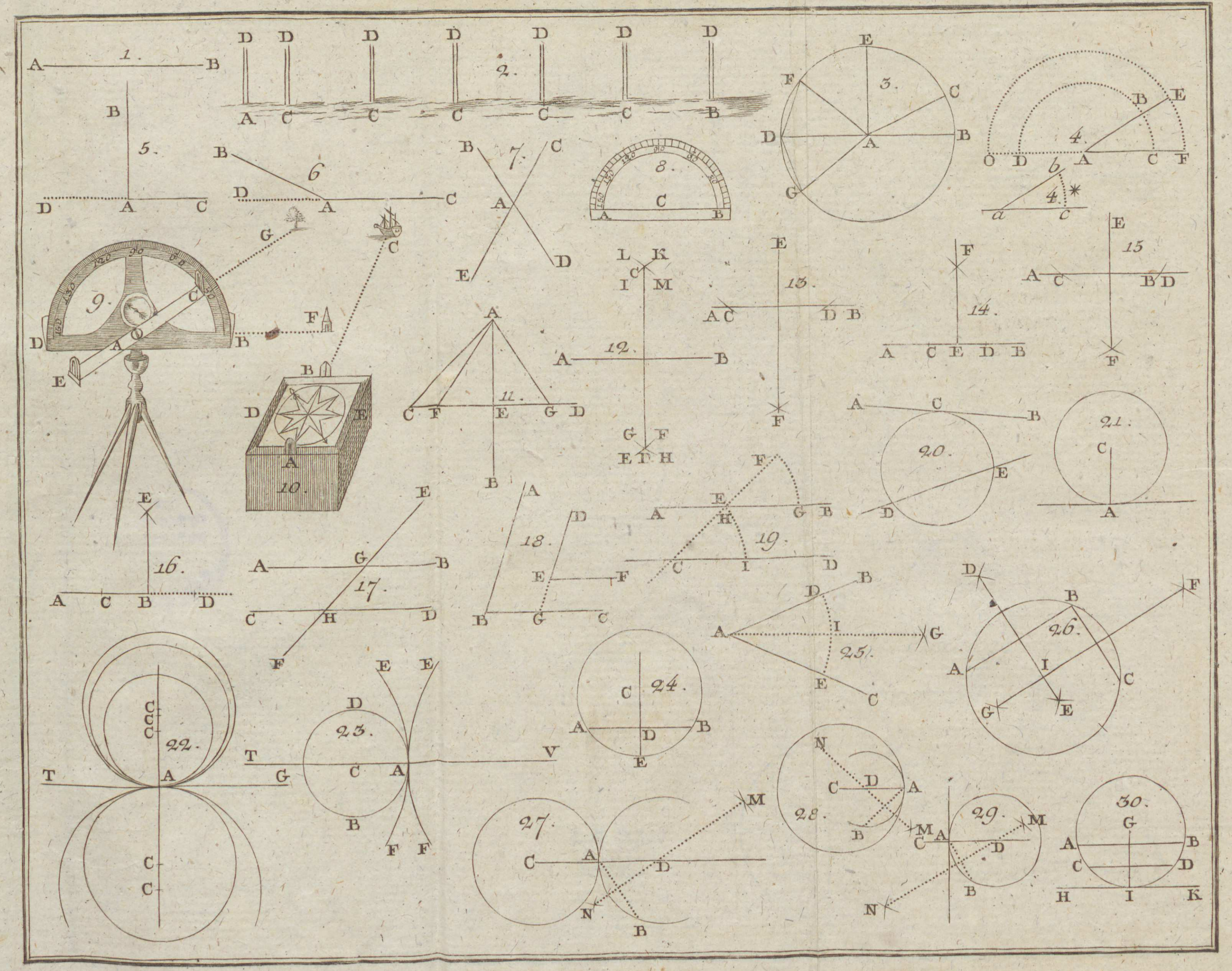

Гос
Публичная
Библиотека
в
Ленинграде

ственныя протяженія подобныхъ тѣлъ суть въ томъ же содержаніи. Видимъ же здѣсь, что тяжести подобныхъ тѣлъ и тогоже вещества суть, какъ кубы сходственныхъ измѣреній; по чему явно, что, ежели бы два подобныя судна имѣли пропорціональныя мачты, количества вѣтра, кои бы онѣ могли получить, были бы, какъ квадраты ихъ долготъ; а тяжести, какъ кубы; и какъ содержаніе квадратовъ не есть тоже съ содержаніемъ кубовъ, но еще меньше онаго, такъ какъ и легко въ семъ убѣдиться, сіе одно разсужденіе показываетъ, что парусность, коя свойственна одному судну, не будетъ свойственна судну меньшему, хотя бы и уменьшили пропорціонально два протяженія сея парусности. Находятся еще другія разсужденія, кои входятъ въ изслѣдованіе сего вопроса, но онѣ собственно надлежатъ до Механики. Мы не предполагаемъ себѣ здѣсь другаго виду, какъ только пріуготовить умы къ предвидѣнію употребленій, кои можно сдѣлать на началахъ доселѣ положенныхъ для изслѣдованія таковаго рода вопросовъ.

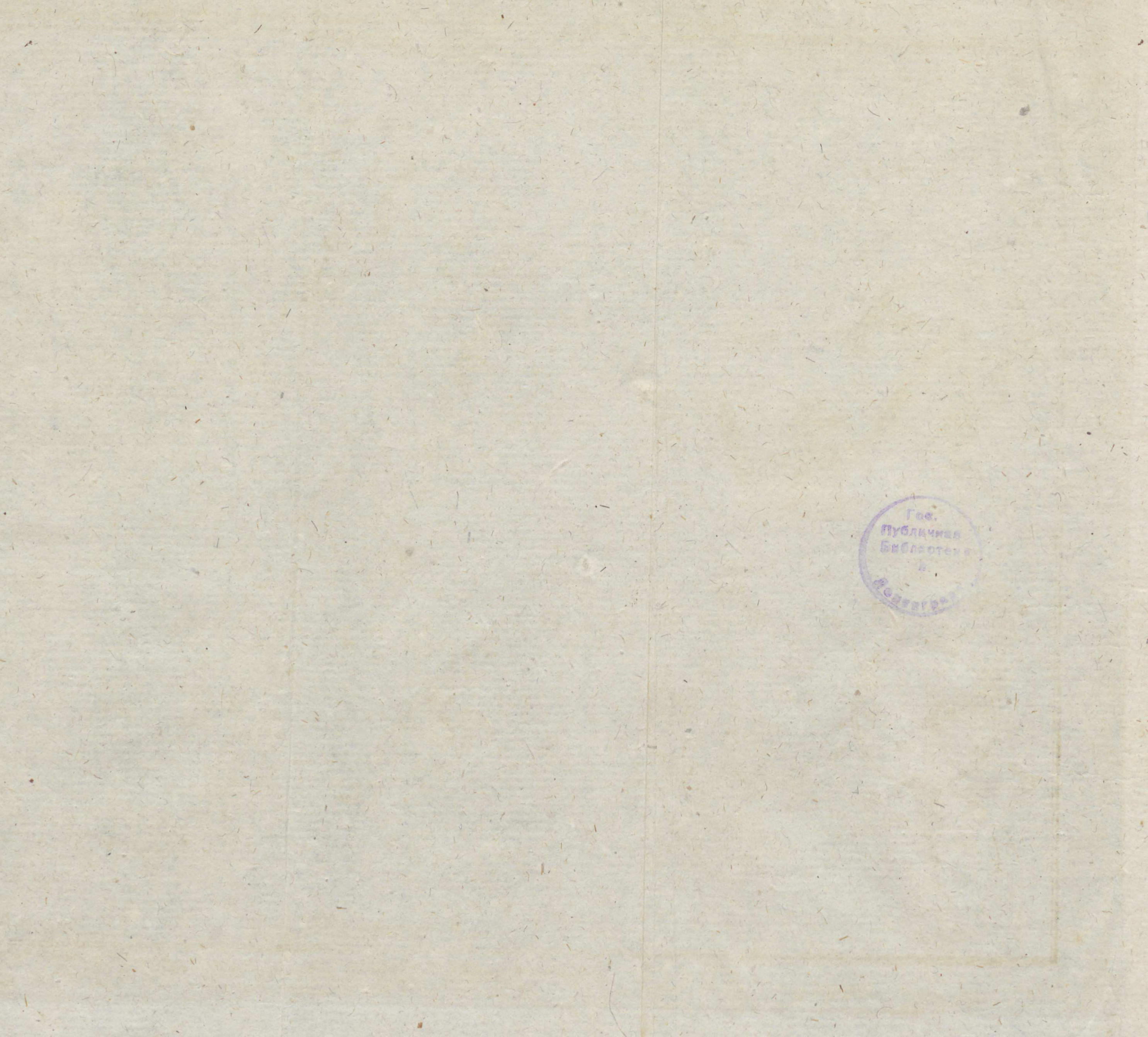


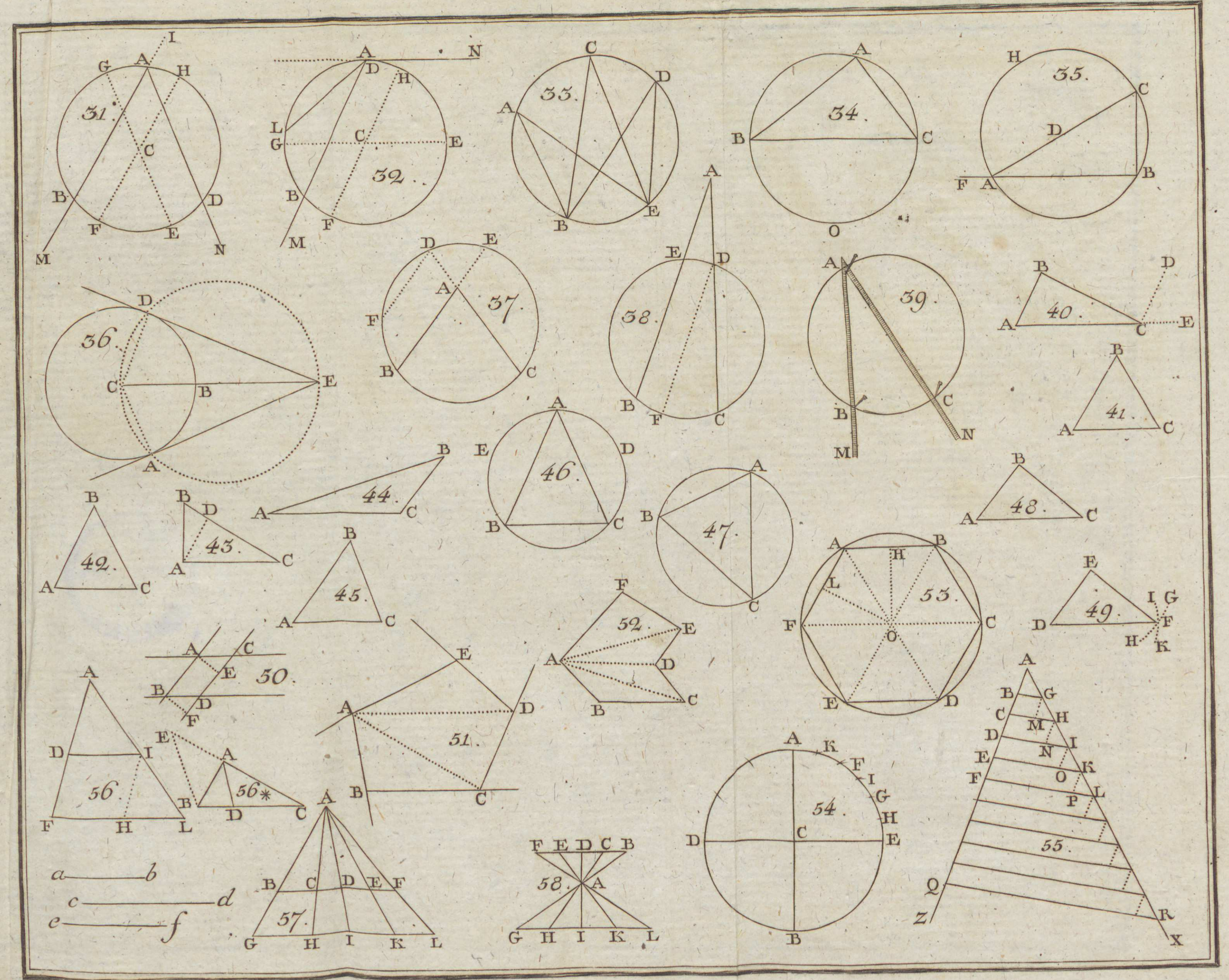
КОНЕЦЪ.

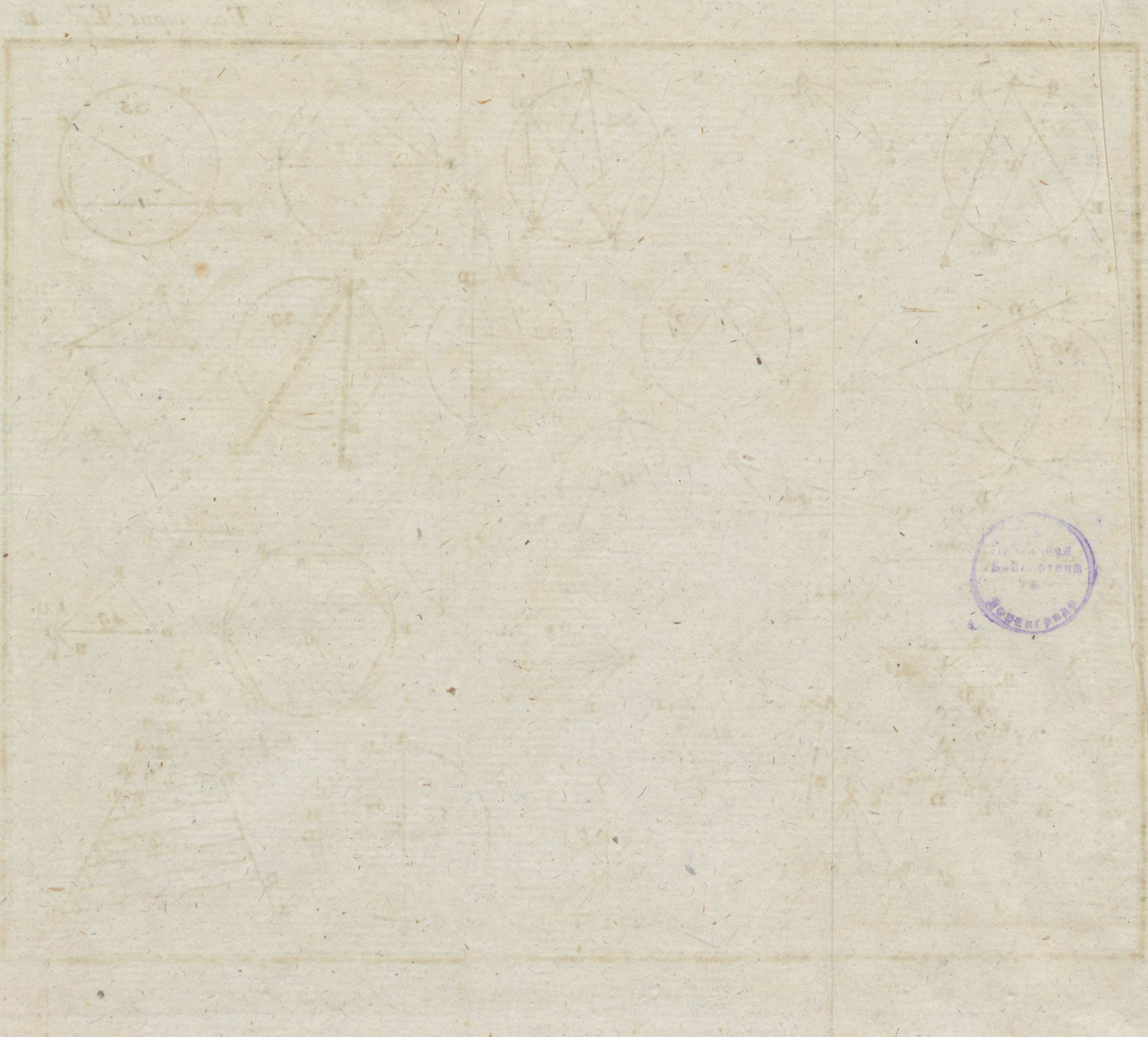


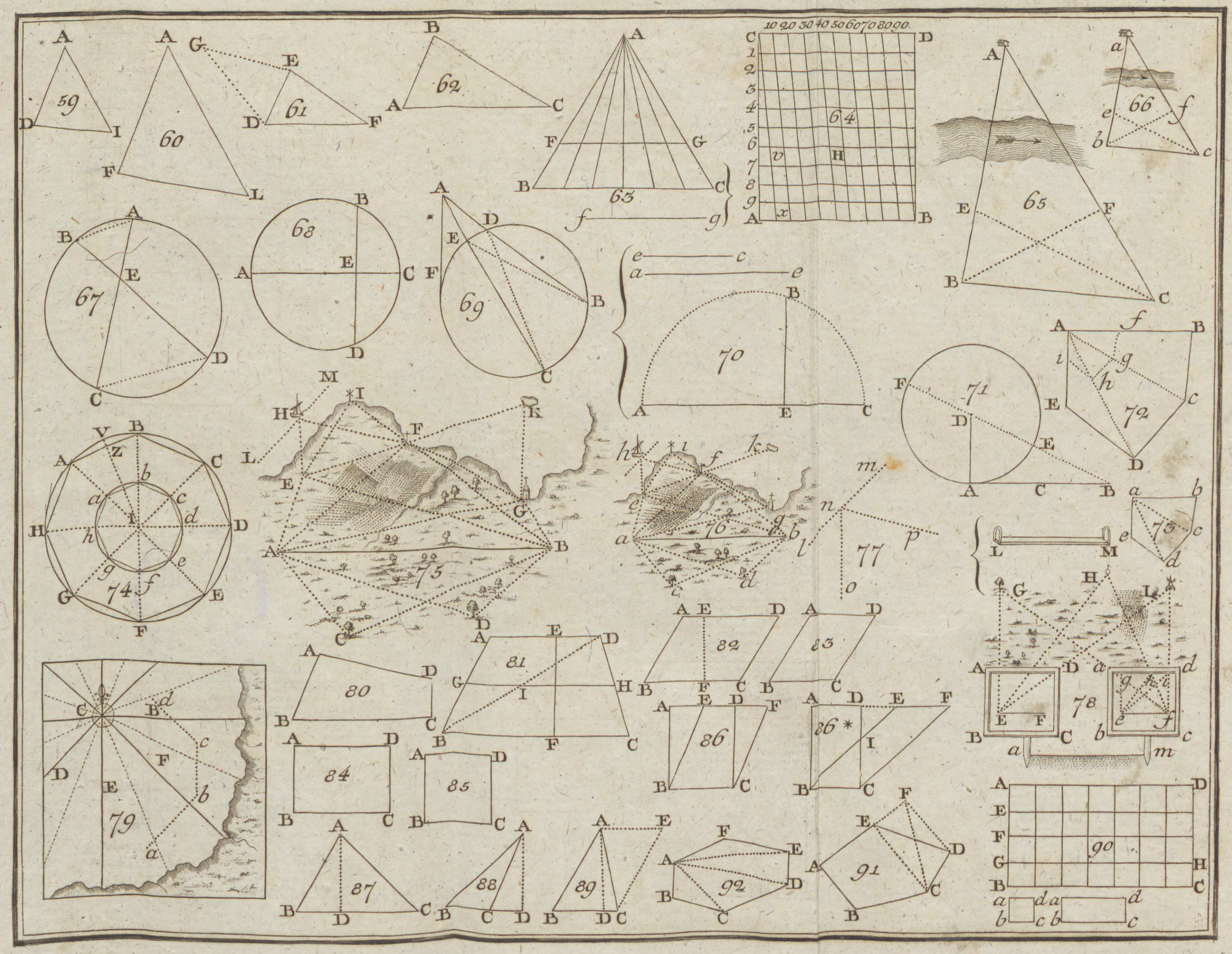


1.
A B
2.
D D D D D D D
A C C C C C B
3.
E F C D A B G
4.
O D A C F B E
a b c 4 *
5.
B A C D
6.
B D A C
7.
B C A E D
8.
A C B
9.
G F C D A B E
10.
B D E A
11.
A C F E G D B
12.
L K C I M A B G F E F H
13.
E A C D B F
14.
F A C E D B
15.
E A C B D F
16.
E A C B D
17.
E A G B C H D F
18.
A D E F B G C
19.
F E A H G B C I D
20.
A C B E D
21.
C A
22.
C C C A T G C C
23.
E E D C A B T V G F F
24.
C A D B E
25.
D B A I G E C
26.
D B F A I C G E
27.
M C A D N B
28.
N C D A B M
29.
M A C D B M N
30.
G A B C D H I K

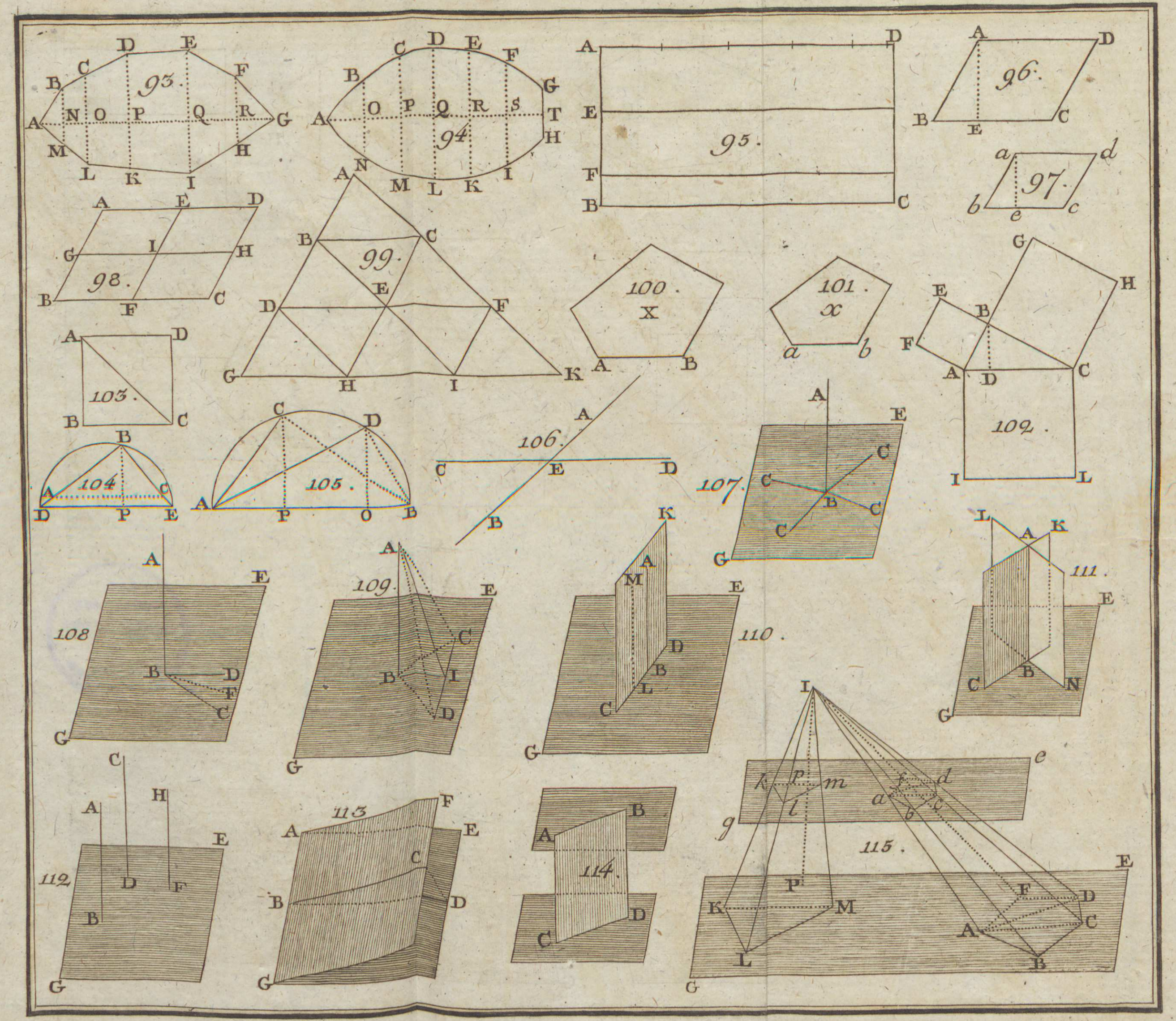

Гос.
Публичная
Библиотека
в


31. I G A H C B D F E M N
32. A N D H L G C E B F M
33. C D A B E
34. A B C O
35. H C D F A B
36. D C B E A
37. D E A F B C
38. A E D B F C
39. A B C M N
40. B D A C E
41. B A C
42. B A C
43. B D A C
44. B A C
45. B A C
46. A E D B C
47. A B C
48. B A C
49. E I G D F H K
50. A C E B D F
51. E A D B C
52. F E A D B C
53. A H B L F O C E D
54. A K F I G H D C E B
55. A B G C M H D N I E K O F L P Q R Z X
56. A D I F H L
56* E A B D C
57. A B C D E F G H I K L
58. F E D C B A G H I K L
a b
c d
e f




59
60
61
62
63
10 20 30 40 50 60 70 80 90
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
86 *
87
88
89
90
91
92


Гос


93.
94.
95.
96.
97.
98.
99.
100.
101.
102.
103.
104
105.
106.
107.
108
109.
110.
111.
112.
113
114.
115.




ГПБ Русский фонд
138
150